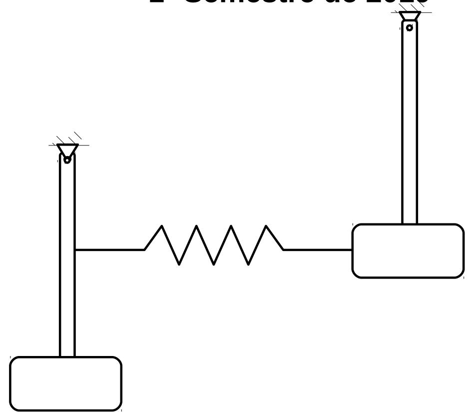
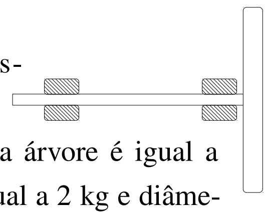
Vibrações Mecânicas **2ª Chamada** **1º Semestre de 2019**



1) Supondo que as barras tenham comprimento igual a 0.5m, que as massas esquerda e direita sejam iguais a 1 e 2 kg, respectivamente, e que a mola tenha rigidez igual a 1,35 KN/m, e que as barras tenham massa desprezível, calcule as frequências naturais e modos normais do pêndulo duplo acoplado mostrado ao lado. A mola está fixada na metade do comprimento da barra esquerda.
(Valor 4,0 pontos)

2). Suponha que o deslocamento transversal de uma viga biapoiada no segundo modo, isto é, com um nó no centro, seja dada por uma função senoidal. Calcule a massa equivalente da viga. *(Valor 3,0 pontos)*



3) A figura ao lado representa um sistema rotativo, no qual, na extremidade livre (à esquerda, é aplicado um pulso rotativo na forma de uma meia senoide com período igual a 0,30 s e amplitude igual a 5°. Calcule a resposta do volante. O diâmetro da árvore é igual a 10 mm e seu comprimento é igual a 400 mm, o volante na extremidade tem massa igual a 2 kg e diâmetro igual a 300 mm. A árvore é feita de aço, que tem módulo de elasticidade igual a 210 GPa e módulo de cisalhamento igual a 80 GPa. O momento de inércia de área de uma sessão circular é dado por $J_0 = \pi D^4/32$,
(Valor 4.0 pontos)

$$c=\sqrt{\frac{P}{\rho}} \quad c=\sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad c=\sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad c=\sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad \alpha\tan\alpha=\beta \quad \alpha=\frac{\omega l}{c} \quad \beta=\frac{m}{M}$$

$$\boxed{\omega=2\pi f} \quad \boxed{f=\frac{1}{\tau}} \quad \boxed{T(s)=\frac{X(s)}{F(s)}}$$

$$\boxed{T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2,\quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2,\quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2,\quad U=\frac{1}{2}Fx} \quad \boxed{Z_{rs}(i\omega)=-\omega^2 m_{rs}+i\omega c_{rs}+k_{rs}} \quad \boxed{\boldsymbol{Z}(i\omega)\boldsymbol{X}=\boldsymbol{F_0}}$$

$$\boxed{\mathscr{L}\,\dot{x}(t)=sX(s)-x(0)} \quad \boxed{\mathscr{L}\,\ddot{x}(t)=s^2X(s)-sx(0)-\dot{x}(0)} \quad \boxed{\int_0^y \sin(x)\sin(y-x)dx=-\frac{1}{2}y\cos y+\frac{1}{2}\sin y}$$

$$\boxed{\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}},\quad \omega_n=\sqrt{\frac{k_t}{J_0}},\quad \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\quad \zeta=\frac{c}{c_c},\quad c_c=2m\omega_n} \quad \boxed{\delta_{st}=\frac{F_0}{k}} \quad \boxed{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{Z}(i\omega)^{-1}\boldsymbol{F_0}} \quad \boxed{\sigma=E\epsilon} \quad \boxed{\epsilon=\frac{du}{dx}}$$

$$\boxed{k=\frac{EA}{L}} \quad \boxed{k_t=\frac{GJ}{L}} \quad \boxed{x(t)=\frac{1}{m\omega_d}\int_0^t F(\tau)e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)d\tau}$$

$$\boxed{\delta=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right),\quad \delta=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}},\quad \delta=2\pi\zeta \text{ para } \zeta\ll 1} \quad \boxed{\epsilon=\frac{du}{dx}} \quad \boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{q}_j}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_j}+\frac{\partial V}{\partial q_j}=Q_j^n,\quad j=1,2,\ldots,n}$$

$$\boxed{z(t)=\frac{-1}{\omega_d}\int_0^t \ddot{y}(\tau)e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)d\tau} \quad \boxed{\boldsymbol{Z}(i\omega)=\begin{bmatrix} Z_{11}(i\omega) & Z_{12}(i\omega)\\ Z_{12}(i\omega) & Z_{22}(i\omega)\end{bmatrix}} \quad \boxed{\begin{bmatrix} a & b\\ c & d\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}}$$

$$\boxed{\frac{X}{\delta_{st}}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}} \quad \boxed{H(i\omega)=\frac{1}{(1-r^2)+i2\zeta r},\ |H(i\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}} \quad \boxed{T_d=\frac{X}{Y}=\left(\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\boxed{\frac{Mx}{me}=r^2|H(i\omega)|,\ \varphi=\arctan\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)} \quad \boxed{c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}} \quad \boxed{u(x,t)=\left(A\cos\frac{\omega x}{c}+B\sin\frac{\omega x}{c}\right)(C\cos\omega t+D\sin\omega t)}$$