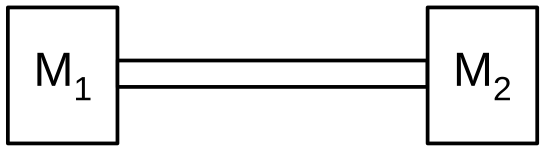
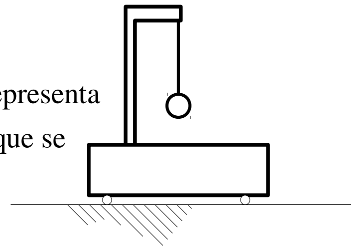


1) Encontre a equação característica, mas não tente resolvê-la, que permite o cálculo das frequências naturais do sistema mostrado na figura. Suponha o desenho represente uma barra em vibração axial, com propriedades E, A, L e ρ. (Valor 4.0 pontos.)



2) Determine quantos graus de liberdade tem o sistema mostrado ao lado, que representa um pêndulo simples de mass *m* e comprimento *l*, que está suspenso por uma base que se move sem atrito cuja massa total é M. Calcule as frequências naturais do sistema. *(Valor 3 pontos.)*

3) Suponha que uma barra de aço com seção circular, engastada livre, com módulo de elasticidade igual a 210GPa, massa específica igual a 7800kg/m³, comprimento igual a 500mm e diâmetro igual a 10mm tenha sido excitada de modo que esteja vibrando no terceiro modo apenas, com amplitude igual a 0,15 mm. Calcule a maior tensão que age na barra, indique em que ponto(s) ela ocorre e calcule a força normal que a parede aplica à barra (*Valor 3 pontos)*.

Fórmulas

End Conditions of Shaft	Boundary Conditions	Frequency Equation	Mode Shape (Normal Function)	Natural Frequencies
Fixed-free	$\theta(0,t)=0$ $\frac{\partial\theta}{\partial x}(l,t)=0$	$\cos\frac{\omega l}{c}=0$	$\theta(x)=C_n\sin\frac{(2n+1)\pi x}{2l}$	$\omega_n=\frac{(2n+1)\pi c}{2l}$; $n=0,1,2,\ldots$
Free-free	$\frac{\partial\theta}{\partial x}(0,t)=0$ $\frac{\partial\theta}{\partial x}(l,t)=0$	$\sin\frac{\omega l}{c}=0$	$\theta(x)=C_n\cos\frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n=\frac{n\pi c}{l}$; $n=0,1,2,\ldots$
Fixed-fixed	$\theta(0,t)=0$ $\theta(l,t)=0$	$\sin\frac{\omega l}{c}=0$	$\theta(x)=C_n\cos\frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n=\frac{n\pi c}{l}$; $n=1,2,3,\ldots$

FIGURE 8.12 Boundary conditions for uniform shafts (rods) subjected to torsional vibration.

$$c=\sqrt{\frac{P}{\rho}}\quad c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}\quad c=\sqrt{\frac{G}{\rho}}\quad c=\sqrt{\frac{EI}{\rho A}}\quad \alpha\tan\alpha=\beta\quad \alpha=\frac{\omega l}{c}\quad \beta=\frac{m}{M}\quad \boxed{\omega=2\pi f}\quad \boxed{f=\frac{1}{\tau}}$$

$$\boxed{T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2,\quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2,\quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2,\quad U=\frac{1}{2}Fx}\quad \boxed{Z_{rs}(i\omega)=-\omega^2 m_{rs}+i\omega c_{rs}+k_{rs}}\quad \boxed{\boldsymbol{Z}(i\omega)\boldsymbol{X}=\boldsymbol{F_0}}$$

$$\boxed{u(x,t)=\left(A\cos\left(\frac{\omega x}{c}\right)+B\sin\left(\frac{\omega x}{c}\right)\right)\left(C\cos(\omega t)+D\sin(\omega t)\right)}\quad \boxed{\sigma=E\epsilon}\quad \boxed{\epsilon=\frac{du}{dx}}$$