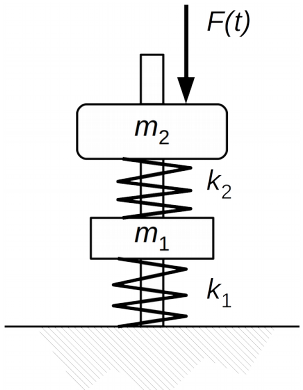
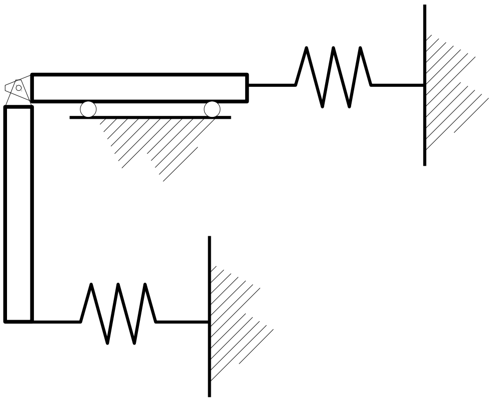
Vibrações Mecânicas **3º EE** **1º Semestre de 2018**



Questão 1

1) Na figura, as massas 1 e 2 são iguais a 1 e 2 kg, respectivamente, e as molas 1 e 2 tem rigidez iguais 1000 N/m e 1800 N/m. As massas deslizam sem atrito sobre a haste central, que serve apenas para restringir o movimento na direção vertical. A força *F(t)* é harmônica com amplitude igual a 50 N. Calcule a frequência da força de excitação para que a amplitude de vibração da massa 2 seja nula, e calcule a amplitude de vibração da massa 1 neste caso. Quais são as frequências naturais do sistema?
(*Valor 4,0 pontos*).



Questão 2

2) Calcule as frequências naturais e modos normais do sistema mostrado na figura, considerando que os blocos tem a mesma massa, *m*, e comprimento *L*, e que as molas tem rigidez *k*. (*Valor 4,0 pontos*)

3) Diga quais seriam os métodos mais apropriados para resolver os seguintes problemas de vibração mecânica, todos com um grau de liberdade: a) um problema linear com um carregamento periódico e não harmônico; b) um problema não linear com carregamento harmônico; c) um problema linear cujo carregamento seja impulsivo; d) um problema cujo carregamento seja determinado experimentalmente apenas, isto é, através da amostragem em tempos regulares de uma força arbitrária. *(Valor 2.0 pontos)*

Formulas:

$\omega=2\pi f$ $\quad f=\frac{1}{\tau}$ $\quad T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2,\quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2,\quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2,\quad U=\frac{1}{2}F x$ $\quad \delta_{st}=\frac{F_0}{k}$ $\quad \delta=2\pi\zeta$ $\quad x(t)=A\cos(\omega_n t-\phi)$

$A=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\right)^2}$ $\quad \phi=\arctan\left(\frac{\dot{x}_0}{x_0\omega_n}\right)$ $\quad \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ $\quad r=\frac{\omega}{\omega_n}$ $\quad \zeta=\frac{c}{c_c}$ $\quad c_c=2m\omega_n$ $\quad J_0=\frac{1}{2}mR^2$ $\quad \delta=\ln\frac{x_1}{x_2}$ $\quad \delta=\frac{1}{n}\ln\frac{x_1}{x_{n+1}}$

$\Delta W=\pi\omega c X^2$ $\quad \Delta W=\pi h X^2$ $\quad \beta=\frac{h}{k}$ $\quad \delta=\pi\beta$

$X=H(i\omega)\delta_{st}$ $\quad H(i\omega)=\frac{1}{1-r^2+2\zeta r i}$ $\quad T_d=\frac{X}{Y}=\left(\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\quad X_m=X_{m-1}-\frac{4\mu N}{k}$

$Z_{rs}(i\omega)=-\omega^2 m_{rs}+i\omega c_{rs}+k_{rs}$ $\quad \boldsymbol{Z}(i\omega)\boldsymbol{X}=\boldsymbol{F_0}$ $\quad \boldsymbol{X}=\boldsymbol{Z}(i\omega)^{-1}\boldsymbol{F_0}$ $\quad \boldsymbol{Z}(i\omega)=\begin{bmatrix} Z_{11}(i\omega) & Z_{12}(i\omega) \\ Z_{12}(i\omega) & Z_{22}(i\omega)\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a\end{bmatrix}$ $\quad \varphi_j=\arctan\left(\frac{2\zeta j r}{1-j^2r^2}\right)$ $\quad x(t)=\frac{1}{m\omega_d}\int_0^t F(\tau)e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)\ d\tau$

$$x_p(t)=\frac{a_0}{2k}+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{a_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2+(2\zeta j r)^2}}\cos(j\omega t-\varphi_j)+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{b_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2+(2\zeta j r)^2}}\sin(j\omega t-\varphi_j)$$