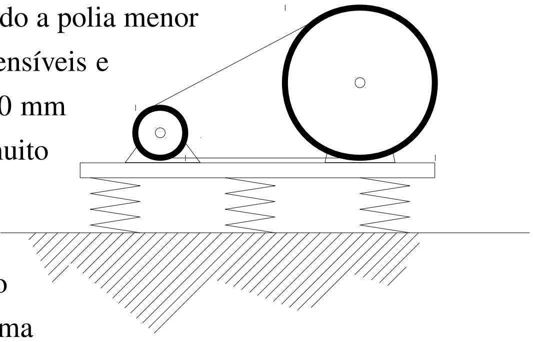
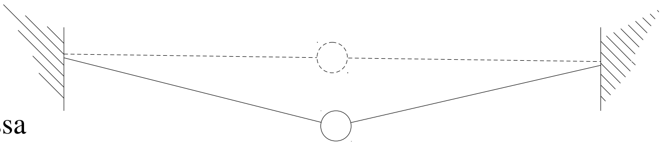
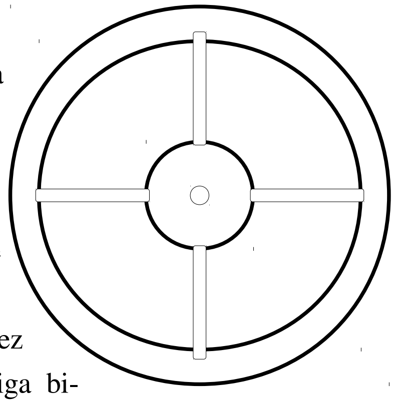
**Vibrações Mecânicas** **Exame Final** **1º Semestre de 2018**



1) No sistema mostrado ao lado, o motor opera a 1200 rpm, acionando a polia menor de uma transmissão por correias, que podem ser consideradas inextensíveis e sem deslizamento. As polias tem diâmetros de 120 e 300 mm respectivamente, e, infelizmente, nenhuma das duas foi montada muito cuidadosamente, sendo que seus eixos estão descentralizados do eixo de rotação de até 1 mm. Supondo que as polias possam ser modeladas por cilindros maciços de altura 10 mm, feitos de alumínio com massa específica igual a 2700 kg/m³, estime qual é a força máxima transmitida pelo sistema ao piso, considerando que a razão de amortecimento devida ao amortecimento intrínseco do material seja 0,5%. Considere que o motor tenha massa igual a 7 kg, e a base sobre o qual está apoiado tenha massa igual a 2 kg. *(Valor 3,0 pontos)*



2) Considere que na figura ao lado o fio seja mantido sempre sob uma força de tração igual a 1,2 kN, que o comprimento total do fio seja de 700 mm, que o fio tenha massa total igual a 0,2 kg e que a massa concentrada no centro do fio seja igual a 0,15 kg. Considere o sistema com **um único** grau de liberdade, **não** trate o fio como um sistema contínuo. Suponha também que o sistema esteja imerso em fluido que cause um coeficiente de amortecimento igual a 55 Ns/m. Considere que seja dado um deslocamento inicial da massa central igual 7 mm. Faça um esquema de como é a resposta do sistema. Quantas vezes por segundo a massa retorna à configuração com o fio horizontal, e quanto tempo se passa até que o sistema possa ser considerado em repouso? Considere o sistema retorna repouso quando a amplitude de vibração for menor do que 1% da amplitude inicial. *(Valor 3,0 pontos)*



3) A figura ao lado mostra esquematicamente uma roda que é acionada pela aplicação de torque ao seu cubo, no centro. O cubo e o aro externo podem apenas girar, e são considerado rígidos. O aros que conectam o cubo ao aro externo podem são flexíveis mas inextensíveis, e podem ser modelados por hastes cilíndricas cujo diâ mtro da seção transversal é 7 mm. O diâmetro externo do cubo é 100 mm, e os diâmetros interno e externo do aro são 400 e 430 mm, respectivamente. Considere que a rigidez de cada raio, nesta configuração, que representa a deflexão de um viga bi-engastada, pode ser calculada por 12EI/l³. Considere também que o contato do aro com o piso introduz uma rigidez em torção no aro externo equivalente a 7 Nm/rad. Supondo que a ávore de tração, que é conectada diretamente ao cubo, acione o sistema com um torque harmônico com amplitude 2 Nm, com frequência igual à 75% da primeira frequência natural do sistema, calcule a resposta no regime permanente. *(Valor 4.0 pontos).*

# Fórmulas

$\omega=2\pi f$ $f=\frac{1}{\tau}$ $T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2,\quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2,\quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2,\quad U=\frac{1}{2}Fx$ $k_t=\frac{GJ}{L}$

$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}},\quad \omega_n=\sqrt{\frac{k_t}{J_0}},\quad \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\quad \zeta=\frac{c}{c_c},\quad c_c=2m\omega_n$ $\delta_{st}=\frac{F_0}{k}$

$x(t)=X e^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t-\varphi), X=\frac{\sqrt{x_0^2\omega_n^2+\dot{x}_0^{\,2}+2x_0\dot{x}_0^{\,2}\zeta\omega_n}}{\omega_d}, \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \varphi=\arctan\left(\frac{\dot{x}_0+\zeta\omega_n x_0}{x_0\omega_d}\right)$

$x(t)=(C_1+C_2 t)e^{-\omega_n t},\quad C_1=x_{0,}\quad C_2=\dot{x}_0+\omega_n x_0$ $\beta=\frac{h}{k}$ $\delta=\pi\beta$

$x(t)=C_1 e^{\left(-\zeta+\sqrt{\zeta^2-1}\right)}\omega_n t+C_2 e^{\left(-\zeta-\sqrt{\zeta^2-1}\right)}\omega_n t,\quad C_1=\frac{x_0\omega_n\left(\zeta+\sqrt{\zeta^2-1}\right)+\dot{x}_0}{2\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}},\quad C_2=\frac{-x_0\omega_n\left(\zeta-\sqrt{\zeta^2-1}\right)-\dot{x}_0}{2\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}}$

$\delta=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right),\quad \delta=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}},\quad \delta=2\pi\zeta \text{ para } \zeta\ll 1$ $\Delta W=\pi\omega c X^2$ $\Delta W=\pi h X^2$

$x_p(t)=\frac{a_0}{2k}+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{a_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2+(2\zeta jr)^2}}\cos(j\omega t-\varphi_j)+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{b_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2+(2\zeta jr)^2}}\sin(j\omega t-\varphi_j)$

$T_d=\frac{X}{Y}=\left(\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{X}{\delta_{st}}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$ $\frac{Mx}{me}=r^2|H(i\omega)|, \varphi=\arctan\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)$

$c=\sqrt{\frac{P}{\rho}}\quad c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}\quad c=\sqrt{\frac{G}{\rho}}\quad c=\sqrt{\frac{EI}{\rho A}}\quad \alpha\tan\alpha=\beta\quad \alpha=\frac{\omega l}{c}\quad \beta=\frac{m}{M}$ $\omega=2\pi f$ $f=\frac{1}{\tau}$

$L[\ddot{x}(t)]=s^2X(s)-sx(0)-\dot{x}(0)$ $L[\dot{x}(t)]=sX(s)-x(0)$ $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{q}_j}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_j}+\frac{\partial V}{\partial q_j}=Q_j^n,\quad j=1,2,\ldots,n$

$Z_{rs}(i\omega)=-\omega^2 m_{rs}+i\omega c_{rs}+k_{rs}$ $\boldsymbol{Z}(i\omega)\boldsymbol{X}=\boldsymbol{F_0}$ $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{Z}(i\omega)^{-1}\boldsymbol{F_0}$ $\boldsymbol{Z}(i\omega)=\begin{bmatrix}Z_{11}(i\omega) & Z_{12}(i\omega)\\ Z_{12}(i\omega) & Z_{22}(i\omega)\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$ $\delta=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right),\quad \delta=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}},\quad \delta=2\pi\zeta \text{ para } \zeta\ll 1$

$H(i\omega)=\frac{1}{(1-r^2)+i2\zeta r}, |H(i\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$