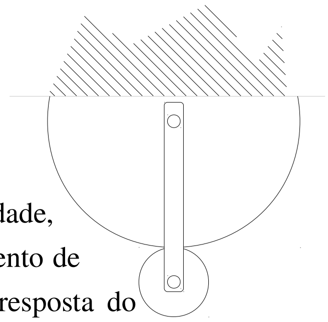
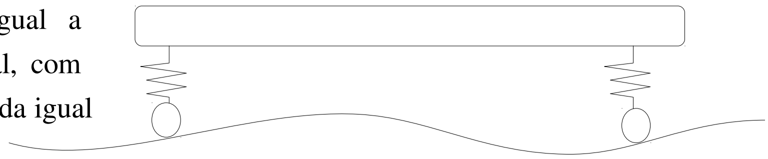


1) Supondo que no pêndulo ao lado o raio do disco maior, que é fixo, seja R e o do disco móvel seja r, e que o disco menor gire sem deslizar sobre o maior, calcule o período de vibração. Desconsidere a massa do braço. *(Valor 3 pontos.)*



2) Um automóvel é aproximado com um sistema com dois graus de liberdade, conforme mostrado na figura. Se a massa total do veículo é 1500 kg e seu momento de inércia de massa em relação ao centro de gravidade é 512 kg m², calcule a resposta do veículo quando trafega com velocidade igual a 50 km/h por uma pista cujo perfil é senoidal, com amplitude igual a 80mm e comprimento de onda igual a 7m. A rigidez total das molas é 750 kN/m, e não há amortecimento. A distância entre centros é igual a 1,8 m, e o centro de gravidade do veículo pode ser considerado equidistante dos eixos. *(Valor 5 pontos.)*

3) Um oscilador amortecido é excitado pela base, com movimento harmônico, e vibra com amplitude igual a 45 mm. A massa do oscilador é igual a 24 kg e sua rigidez é 2,55kN/m. Se a amplitude de movimento da base é igual a 10 mm e o sistema opera na ressonância, qual o valor do coeficiente de amortecimento? (*Valor 2 pontos*).

Fórmulas no verso!

$\boxed{\omega = 2\pi f}$ $\boxed{f = \frac{1}{\tau}}$ $\boxed{T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \quad T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2, \quad U = \frac{1}{2} \kappa x^2, \quad U = \frac{1}{2} F x}$ $\boxed{k_t = \frac{GJ}{L}}$

$\boxed{\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J_0}}, \quad \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \quad \zeta = \frac{c}{c_c}, \quad c_c = 2 m \omega_n}$ $\boxed{\delta_{st} = \frac{F_0}{k}}$

$$\boxed{x(t) = X e^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t - \varphi), X = \frac{\sqrt{x_0^2 \omega_n^2 + \dot{x}_0^2 + 2 x_0 \dot{x}_0^2 \zeta \omega_n}}{\omega_d}, \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \varphi = \arctan\left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta \omega_n x_0}{x_0 \omega_d}\right)}$$

$\boxed{x(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\omega_n t}, \quad C_1 = x_0, \quad C_2 = \dot{x}_0 + \omega_n x_0}$ $\boxed{\beta = \frac{h}{k}}$ $\boxed{\delta = \pi\beta}$

$$\boxed{x(t) = C_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})} \omega_n t + C_2 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2-1})} \omega_n t, \quad C_1 = \frac{x_0 \omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) + \dot{x}_0}{2 \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}, \quad C_2 = \frac{-x_0 \omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2-1}) - \dot{x}_0}{2 \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}}$$

$\boxed{\delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right), \quad \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \delta = 2\pi\zeta \text{ para } \zeta \ll 1}$ $\boxed{\Delta W = \pi \omega c X^2}$ $\boxed{\Delta W = \pi h X^2}$

$$T_d = \frac{X}{Y} = \left(\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}} \quad \frac{Mx}{me} = r^2 |H(i\omega)|,\ \varphi = \arctan\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)$$

$$c=\sqrt{\frac{P}{\rho}} \quad c=\sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad c=\sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad c=\sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad \alpha \tan\alpha = \beta \quad \alpha = \frac{\omega l}{c} \quad \beta = \frac{m}{M} \quad \omega = 2\pi f \quad f = \frac{1}{\tau}$$

$$L[\ddot{x}(t)] = s^2 X(s) - sx(0) - \dot{x}(0) \quad L[\dot{x}(t)] = s X(s) - x(0) \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j^n, \quad j = 1,2,\ldots,n$$

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \quad T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2, \quad U = \frac{1}{2}\kappa x^2, \quad U = \frac{1}{2} F x \quad Z_{rs}(i\omega) = -\omega^2 m_{rs} + i\omega c_{rs} + k_{rs} \quad \boldsymbol{Z}(i\omega)\boldsymbol{X} = \boldsymbol{F_0}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J_0}}, \quad \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \quad \zeta = \frac{c}{c_c}, \quad c_c = 2m\omega_n \quad \delta_{st} = \frac{F_0}{k} \quad \boldsymbol{X} = \boldsymbol{Z}(i\omega)^{-1}\boldsymbol{F_0}$$

$$\boldsymbol{Z}(i\omega) = \begin{bmatrix} Z_{11}(i\omega) & Z_{12}(i\omega) \\ Z_{12}(i\omega) & Z_{22}(i\omega) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \quad \delta = \frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right), \quad \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \delta = 2\pi\zeta \text{ para } \zeta \ll 1$$

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}} \quad H(i\omega) = \frac{1}{(1-r^2)+i2\zeta r}, |H(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$