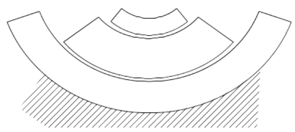
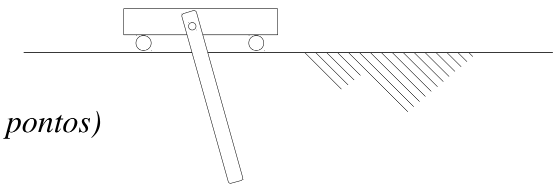
1) Suponha que um veículo seja estudado, em primeira aproximação, como um sistema oscilatório com um grau de liberdade, amortecido, com massa equivalente igual a 1200 kg, rigdez igual a 480 KN/m e razão de amortecimento igual a 90%, movendo-se a uma velocidade de 30 km/h. Determine a resposta dinâmica do veículo se a roda passa sobre uma lombada cujo perfil é aproximado pela equação $y(x)=0.008\,x(x-0.5)$. Faça um gráfico aproximado de como deve ser a resposta, jusificando o comportamento. Deixe indicadas integrais complicadas. *(Valor 2.0 pontos)*



2) A figura ao lado mostra três pedaços de tubo de seção circular se ajustam perfeitamente, isto é, o raio externo de um tubo é igual ao raio interno do tubo no qual está inserido. Os tubos podem deslizar entre si sem atrito, e estão sob ação da gravidade. O mais externo está fixo ao solo, porém os outros estão livres para girar. Arbitrando as grandezas necessárias, detemine as frequências naturais e modos normais deste sistema, admitindo é claro pequenas rotações apenas. *(Valor 5.0 pontos)*



3) Suponha que o sistema mostrado ao lado, onde o “carrinho” pode deslocar-se sem atrito sobre o piso, esteja sob a ação da gravidade. Quantos graus de liberdade tem o sistema? Quais são suas frequências naturais? *(Valor 3.0 pontos)*

Fórmulas no verso!

$\omega=2\pi f$ $\quad f=\frac{1}{\tau}$ $\quad T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2,\quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2,\quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2,\quad U=\frac{1}{2}Fx$

$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}},\quad \omega_n=\sqrt{\frac{k_t}{J_0}},\quad \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\quad \zeta=\frac{c}{c_c},\quad c_c=2m\omega_n$ $\quad \delta_{st}=\frac{F_0}{k}$

$x(t)=Xe^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t-\varphi),\ X=\frac{\sqrt{x_0^2\omega_n^2+\dot{x}_0^2+2x_0\dot{x}_0^2\zeta\omega_n}}{\omega_d},\ \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\ \varphi=\arctan\left(\frac{\dot{x}_0+\zeta\omega_n x_0}{x_0\omega_d}\right)$

$L[\ddot{x}(t)]=s^2X(s)-sx(0)-\dot{x}(0)$ $\quad L[\dot{x}(t)]=sX(s)-x(0)$ $\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{q}_j}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_j}+\frac{\partial V}{\partial q_j}=Q_j^n,\quad j=1,2,\ldots,n$

$\frac{X}{\delta_{st}}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$ $\quad H(i\omega)=\frac{1}{(1-r^2)+i2\zeta r},\ |H(i\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$

$x_p(t)=\frac{a_0}{2k}+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{a_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2+(2\zeta jr)^2}}\cos(j\omega t-\varphi_j)+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{b_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2+(2\zeta jr)^2}}\sin(j\omega t-\varphi_j)$

$\varphi_j=\arctan\left(\frac{2\zeta jr}{1-j^2r^2}\right)$ $\quad x(t)=\frac{1}{m\omega_d}\int_0^t F(\tau)e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)\ d\tau$

$\delta=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right),\quad \delta=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}},\quad \delta=2\pi\zeta \text{ para } \zeta\ll 1$ $\quad Z_{rs}(i\omega)=-\omega^2 m_{rs}+i\omega c_{rs}+k_{rs}$ $\quad \boldsymbol{Z}(i\omega)\boldsymbol{X}=\boldsymbol{F_0}$

$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{Z}(i\omega)^{-1}\boldsymbol{F_0}$ $\quad \boldsymbol{Z}(i\omega)=\begin{bmatrix}Z_{11}(i\omega) & Z_{12}(i\omega)\\ Z_{12}(i\omega) & Z_{22}(i\omega)\end{bmatrix}$ $\quad \begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$

$$r_1=\frac{X_2^{(1)}}{X_1^{(1)}}=\frac{-m_1\omega_1^2+(k_1+k_2)}{k_2}$$

$$r_2=\frac{X_2^{(2)}}{X_1^{(2)}}=\frac{-m_1\omega_2^2+(k_1+k_2)}{k_2}$$