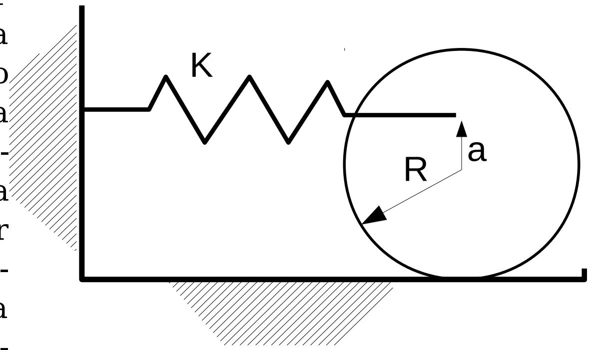
Vibrações Mecânicas **1º EE** **1º Semestre de 2017**

1) Um sistema mecânico oscilatório é excitado pelo movimento da base, e sua função de transferência de deslocamento foi determinada experimentalmente e é mostrada na Figura 1. Suponha que o movimento da base seja harmônico, com amplitude igual a 2 mm que é causada por um motor elétrico que opera a 420 rpm. Quais são a amplitude e fase da resposta? Qual é a frequência de ressonância do sistema (em rad/s)? Suponha que este sistema deva ser usado para isolar vibração. Qual a menor frequência de operação do motor, para que a amplitude do deslocamento transmitido seja menor do que 3% da amplitude da base? *(Valor 3,0 pontos.)*

2) Uma massa de 20 kg é conectada a uma base fixa por uma mola cuja rigidez é 10 KN/m. Suponha que a massa seja deslocada inicialmente de 5 cm sobre uma mesa cujo coeficiente de atrito contra a massa é igual a 0.25. Quantos meio ciclos decorrem até que a massa pare? Quanto tempo decorre até a parada? A massa repousa na posição que corresponde à mola não estendida? *(Valor 3,0 pontos.)*

3) Na figura ao lado, o cilindro gira sem deslizar sobre o piso. A rigidez da mola é igual a 20 KN/m, a massa do cilindro é igual a 10 kg, o raio do cilindro é igual a 0,25 m, e a distância “a” entre o centro do cilindro e o ponto de fixação da mola é igual a 0,20 m. Qual a frequência natural do sistema?Pode ser uma boa ideia usar o método de Rayleigh para calcular esta grandeza. Suponha que energia seja dissipada na mola através de amortecimento histerético, e que, experimentalmente, foi determinado que após 1000 ciclos, a amplitude de vibração seja 75% de uma pequena amplitude inicial. Quanta energia é dissipada por ciclo, em função da amplitude de vibração? Qual a equação de movimento do sistema, em função do ângulo de rotação do cilindro em torno do seu centro? *(Valor 4.0 pontos.)*



$\omega = 2\pi f$ | $f = \frac{1}{\tau}$ | $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \quad T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2, \quad U = \frac{1}{2} \kappa x^2, \quad U = \frac{1}{2} F x$ | $\delta_{st} = \frac{F_0}{k}$

$m = 20 \log_{10} M \text{ dB}$ | $\delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right), \quad \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \delta = 2\pi\zeta \text{ para } \zeta \ll 1$ | $x(t) = A\cos(\omega_n t) + B\sin(\omega_n t) \pm \frac{\mu N}{k}$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J_0}}, \quad \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \quad \zeta = \frac{c}{c_c}, \quad c_c = 2m\omega_n$ | $\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$

$H(i\omega) = \frac{1}{(1-r^2) + i\,2\zeta r}, |H(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$ | $\frac{F_T}{\kappa Y} = r^2 \left(\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ | $r \le \left(x_0 - \frac{\mu N}{k}\right) \Big/ \left(\frac{2\mu N}{k}\right)$

$$x(t)=X\,e^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t-\varphi),\; X=\frac{\sqrt{x_0^2\omega_n^2+\dot{x}_0^{\,2}+2\,x_0\,\dot{x}_0^{\,2}\,\zeta\,\omega_n}}{\omega_d},\; \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\; \varphi=\arctan\left(\frac{\dot{x}_0+\zeta\,\omega_n\,x_0}{x_0\,\omega_d}\right)$$

$$\delta=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right),\quad \delta=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}},\quad \delta=2\,\pi\,\zeta \text{ para } \zeta\ll 1$$

$$\Delta W=\pi\,\omega\,c\,X^2 \qquad \Delta W=\pi\,h\,X^2 \qquad \beta=\frac{h}{k} \qquad \delta=\pi\beta$$

$$T_d=\frac{X}{Y}=\left(\frac{1+(2\,\zeta\,r)^2}{(1-r^2)^2+(2\,\zeta\,r)^2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \frac{X}{\delta_{st}}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\,\zeta\,r)^2}} \qquad \frac{M\,x}{m\,e}=r^2|H(i\,\omega)|,\; \varphi=\arctan\left(\frac{2\,\zeta\,r}{1-r^2}\right)$$

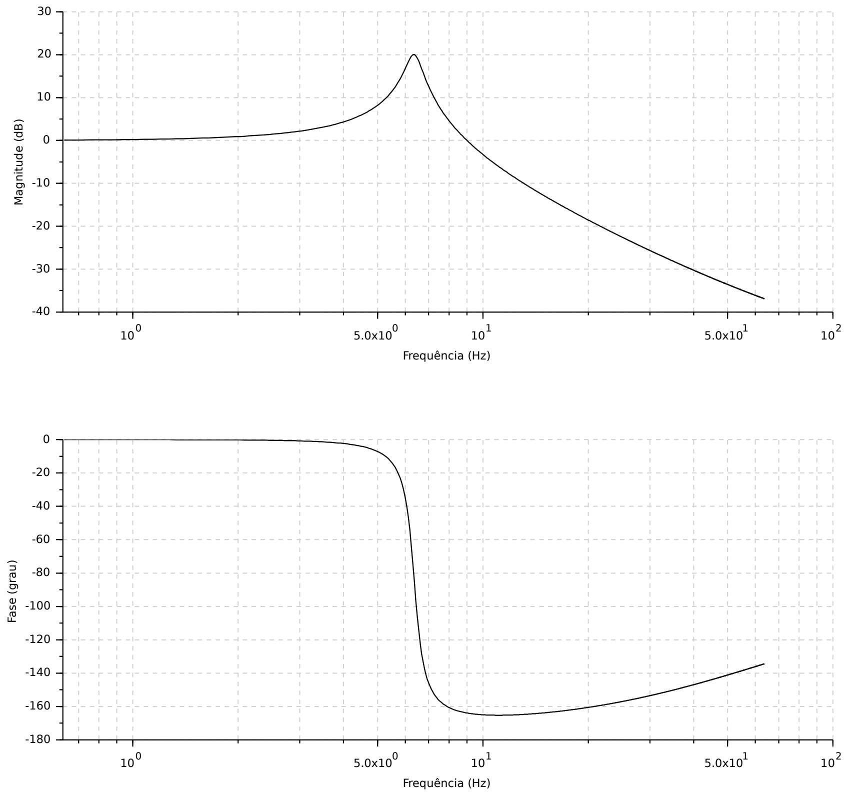


Figura 1: Diagrama de Bode para o sistema do Problema 1