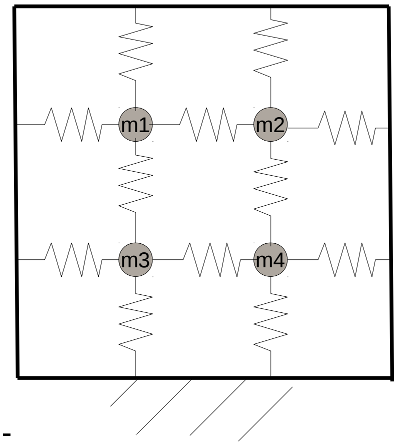
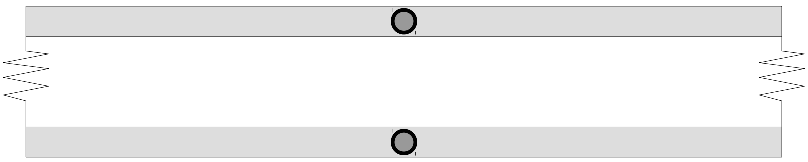
1) Na figura ao lado considere que as massas são concentradas, sujeitas a pequenos deslocamentos e restritas a movimentar-se no plano. Quantos graus de liberdade tem o sistema? Considerando que todas as molas tenham rigidez k, quais são as matrizes de massa e rigidez do sistema? *(Valor 4.0 pontos)*.



2) Suponha que as barras mostradas abaixo tenham comprimento igual a 1 metro, massa igual a 3 quilogramas e que sejam pivotadas em seu centro de gravidade. A mola esquerda tem rigidez igual a 1000 KN/m e a mola da direita tem três vezes a rigidez da mola esquerda. Quantos graus de liberdade tem o sistema? Quais são as frequências naturais do sistema? Como são os modos normais do sistema? Resolva o problema em termo das rotações das barras. Considere que as rotações sejam pequenas. O momento de inércia de uma barra em relação ao seu centro de gravidade é $ml^2/12$. *(Valor 3.0 pontos)*.



3) Projete um sistema de segurança para um elevador de carga que pode elevar 750kg a 30 metros de altura. A massa do elevador e equipamentos móveis auxiliares é de 900kg. O sistema de segurança deve ser composto de um sistema mola-amortecedor, que é instalado na base do poço do elevador, deve ter uma deflexão máxima de 850 mm. O sistema é construído de forma que o amortecedor não atua na compressão, apenas no retorno à posição de repouso. O elevador deve retornar à posição de repouso do sistema de segurança sem oscilar, no menor tempo possível. Calcule a rigidez da mola e o coeficiente de amortecimento necessários. Calcule também a maior aceleração a qual a carga estará sujeita em caso de acidente, tanto na compressão quanto na extensão da mola. *(Valor 3.0 pontos.)*

$$\omega = 2\pi f \qquad f = \frac{1}{\tau} \qquad T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \quad T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2, \quad U = \frac{1}{2} \kappa x^2, \quad U = \frac{1}{2} F x \qquad k_t = \frac{GJ}{L}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J_0}}, \quad \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \quad \zeta = \frac{c}{c_c}, \quad c_c = 2 m \omega_n \qquad \delta_{st} = \frac{F_0}{k}$$

$$x(t) = X e^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t - \varphi), X = \frac{\sqrt{x_0^2 \omega_n^2 + \dot{x}_0{}^2 + 2 x_0 \dot{x}_0{}^2 \zeta \omega_n}}{\omega_d}, \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \varphi = \arctan\left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta \omega_n x_0}{x_0 \omega_d}\right)$$

$$x(t) = \left[x_0 + (\dot{x}_0 + \omega_n x_0) t\right] e^{-\omega_n t}$$

$$x(t) = C_1 e^{\left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n t} + C_2 e^{\left(-\zeta - \sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_n t}, \quad C_1 = \frac{x_0 \omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) + \dot{x}_0}{2 \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}, \quad C_2 = \frac{-x_0 \omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) - \dot{x}_0}{2 \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \qquad \delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right), \quad \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \delta = 2\pi\zeta \text{ para } \zeta \ll 1$$

$$T_d = \frac{X}{Y} = \left(\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \qquad \frac{Mx}{me} = r^2 |H(i\omega)|, \varphi = \arctan\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)$$

$$H(i\omega) = \frac{1}{(1-r^2) + i 2\zeta r}, |H(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \qquad \frac{F_T}{\kappa Y} = r^2 \left(\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$x_p(t) = \frac{a_0}{2k} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_j / k}{\sqrt{(1 - j^2 r^2)^2 + (2\zeta j r)^2}} \cos(j\omega t - \varphi_j) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{b_j / k}{\sqrt{(1 - j^2 r^2)^2 + (2\zeta j r)^2}} \sin(j\omega t - \varphi_j)$$

$$\varphi_j = \arctan\left(\frac{2\zeta j r}{1 - j^2 r^2}\right) \qquad x_p(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t F(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_d(t-\tau) \, d\tau$$

$$\delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right), \quad \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \delta = 2\pi\zeta \text{ para } \zeta \ll 1$$