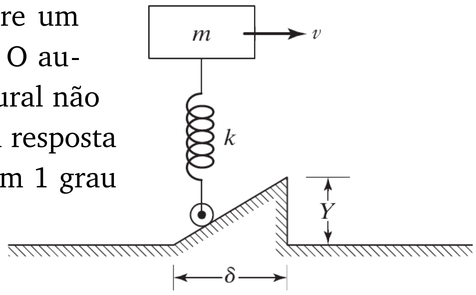
1) Faça um diagrama de como varia a amplitude de deslocamento de um oscilador harmônico em vibração forçada, excitado pela base com um deslocamento harmônico, em função da razão de frequências, considerando os casos em que o sistema seja sub amortecido. Explique qualitativamente as razões entre as magnitudes das forças atuantes em cada região do gráfico, e como estas razões influenciam na resposta. *(Valor 2.0 pontos)*

2) Um automóvel, com massa igual a 1250 kg, passa sobre um quebra-molas na estrada com a forma mostrada na figura. O automóvel move-se a 60 km/h, Se o período de vibração natural não amortecida na direção vertical é 1,25 segundos, encontre a resposta do carro supondo que ele é um sistema não amortecido com 1 grau de liberdade, como mostrado ao lado. Suponha que a altura do quebra-molas seja igual a 50 mm e sua largura seja igual a 200 mm. Faça um gráfico esquemático da resposta. *(Valor 4.0 pontos)*



3) Suponha que um cabo flexível tenso, que é feito de aço com densidade mássica igual a 7800 kg/m³ e diâmetro igual a 2,5 mm está sujeito a uma força de tração igual a 1,2 KN. O cabo tem 900 mm de comprimento total e está dividido em três seções de igual comprimento. Calcule a resposta do cabo quando a seção central é submetida a um impulso que geral uma velocidade inicial constante, apenas na seção central, de 3 m/s. Se você precisar fazer alguma integral, dá para fazer na mão. Se você for usar uma série, use poucos termos, mas mais do que 1. (Valor 4 pontos)

$$\omega=2\pi f \qquad f=\frac{1}{\tau} \qquad T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2,\quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2,\quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2,\quad U=\frac{1}{2}F x \qquad k_t=\frac{GJ}{l}$$

$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}},\quad \omega_n=\sqrt{\frac{k_t}{J_0}},\quad \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\quad \zeta=\frac{c}{c_c},\quad c_c=2m\omega_n \qquad \delta_{st}=\frac{F_0}{k} \qquad J_0=\frac{1}{2}mR^2$$

$$x(t)=X e^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t-\phi),\ X=\frac{\sqrt{x_0^2\omega_n^2+\dot{x}_0{}^2+2x_0\dot{x}_0{}^2\zeta\omega_n}}{\omega_d},\ \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\ \phi=\arctan\left(\frac{\dot{x}_0+\zeta\omega_n x_0}{x_0\omega_d}\right)$$

$$\frac{X}{\delta_{st}}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}} \qquad \delta=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right),\quad \delta=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}},\quad \delta=2\pi\zeta \text{ para } \zeta\ll 1$$

$$x_p(t)=\frac{1}{m\omega_d}\int_0^t F(\tau)e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)\,d\tau \qquad \int_0^t \tau\sin\omega_d(t-\tau)\,d\tau=\frac{t}{\omega_d}-\frac{\sin\omega_d t}{\omega_d^2}$$

$$Z_{rs}(i\omega)=-\omega^2 m_{rs}+i\omega c_{rs}+k_{rs} \qquad \boldsymbol{Z}(i\omega)\boldsymbol{X}=\boldsymbol{F_0} \qquad \boldsymbol{X}=\boldsymbol{Z}(i\omega)^{-1}\boldsymbol{F_0} \qquad \boldsymbol{Z}(i\omega)=\begin{bmatrix} Z_{11}(i\omega) & Z_{12}(i\omega) \\ Z_{12}(i\omega) & Z_{22}(i\omega)\end{bmatrix}$$

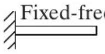
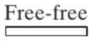
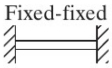
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a\end{bmatrix} \qquad c=\sqrt{\frac{P}{\rho}} \qquad c=\sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad c=\sqrt{\frac{G}{\rho}} \qquad \alpha\tan\alpha=\beta \qquad \alpha=\frac{\omega l}{c} \qquad \beta=\frac{m}{M} \qquad \beta=\frac{J_{\text{barra}}}{I_0}$$

$$w(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n\pi x}{l}\left[C_n\cos\frac{n\pi ct}{l}+D_n\sin\frac{n\pi ct}{l}\right] \qquad C_n=\frac{2}{l}\int_0^l w_0(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx \qquad D_n=\frac{2}{nc\pi}\int_0^l \dot{w}_0(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx$$

$$\omega_1^2,\ \omega_2^2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{(k_1+k_2)m_2+(k_2+k_3)m_1}{m_1m_2}\right\} \mp \frac{1}{2}\left[\left\{\frac{(k_1+k_2)m_2+(k_2+k_3)m_1}{m_1m_2}\right\}^2 - 4\left\{\frac{(k_1+k_2)(k_2+k_3)-k_2^2}{m_1m_2}\right\}\right]^{1/2}$$

$$r_1 = \frac{X_2^{(1)}}{X_1^{(1)}} = \frac{-m_1\omega_1^2+(k_1+k_2)}{k_2}$$

$$r_2 = \frac{X_2^{(2)}}{X_1^{(2)}} = \frac{-m_1\omega_2^2+(k_1+k_2)}{k_2}$$

End Conditions of Bar	Boundary Conditions	Frequency Equation	Mode Shape (Normal Function)	Natural Frequencies
Fixed-free 	$u(0,t)=0$ $\frac{\partial u}{\partial x}(l,t)=0$	$\cos\frac{\omega l}{c}=0$	$U_n(x)=C_n\sin\frac{(2n+1)\pi x}{2l}$	$\omega_n=\frac{(2n+1)\pi c}{2l}$; $n=0,1,2,\ldots$
Free-free 	$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t)=0$ $\frac{\partial u}{\partial x}(l,t)=0$	$\sin\frac{\omega l}{c}=0$	$U_n(x)=C_n\cos\frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n=\frac{n\pi c}{l}$; $n=0,1,2,\ldots$
Fixed-fixed 	$u(0,t)=0$ $u(l,t)=0$	$\sin\frac{\omega l}{c}=0$	$U_n(x)=C_n\cos\frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n=\frac{n\pi c}{l}$; $n=1,2,3,\ldots$