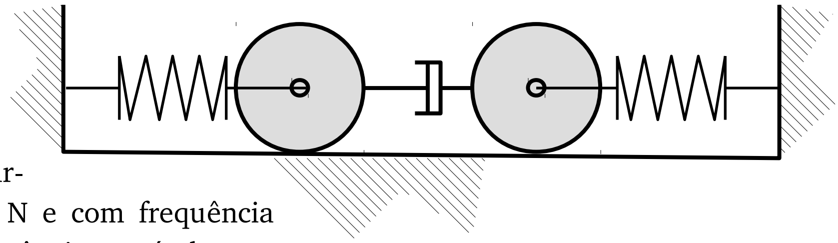
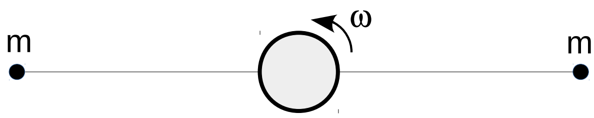
Vibrações Mecânicas **2º EE** **2º Semestre de 2015**

1) Faça um esquema que mostre com razoável precisão, isto é, mostrando pelo menos os nós e como são as derivadas nas extremidades para as seguintes situações, que devem sempre ser considerar que o elemento vibratório é unidimensional, homogêneo e com seção transversal uniforme e está em vibração transversal, para as situações enumeradas a seguir. a) o primeiro modo normal de um arame flexível com uma extremidade fixa; b) o segundo modo normal de uma viga biengastada; c) o primeiro modo de uma viga livre-livre; d) o terceiro modo normal para um arame flexível com as duas extremidades fixas. Para todos os casos, escreva as condições de contorno aplicadas a cada extremidade. *(Valor 2.0 pontos)*



2) Na figura ao lado, os cilindros tem a mesma massa e giram sem deslizar sobre o piso. Sobre o cilindro esquerdo age uma força harmônica com amplitude igual a 6 N e com frequência igual a 280 Hz. Calcule a maior distância possível entre os centros das massas e qual a maior velocidade angular que ocorre no sistema. Os cilindros têm massa igual a 1,5 kg, a rigidez das duas molas é igual a 3,0 KN/m, e o amortecedor central, que é único, tem coeficiente de amortecimento igual a 0,15 kg/s. Não esqueça de contabilizar a inércia rotacional na solução do problema! *(Valor 4.0 pontos)*



3) A figura ao lado mostra uma vista superior de um sistema que é usado como parte de um regulador de velocidade mecânico de um equipamento antigo. O disco central tem diâmetro igual a 100 mm está conectado aos cabos flexíveis com comprimento igual a 900 mm, na extremidade dos quais estão conectadas as massas concentradas, iguais a 0,25 kg. O sistema é construído de tal forma que as massas nas extremidades dos cabos só podem mover-se na direção radial. Podemos considerar que, nas velocidades normais de operação, a vibração longitudinal dos cabos é desprezível. Lembre-se que a aceleração para manter uma partícula em uma trajetória circular é igual $\omega^2 R$, onde R é o raio da trajetória e ω é a velocidade angular da partícula. Os fios são feitos aço com massa específica igual a 7.700 kg/m³, e tem diâmetro igual a 1,5 mm. Verifique se há algum perigo de ocorrer ressonância entre a velocidade de rotação e algum harmônico da vibração lateral do cabo. (Esta questão é muito fácil.) (Valor 4 pontos)

$$\boxed{\omega=2\pi f} \quad \boxed{f=\frac{1}{\tau}} \quad \boxed{T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2,\quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2,\quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2,\quad U=\frac{1}{2}Fx} \quad \boxed{k_t=\frac{GJ}{l}}$$

$$\boxed{\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}},\quad \omega_n=\sqrt{\frac{k_t}{J_0}},\quad \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\quad \zeta=\frac{c}{c_c},\quad c_c=2m\omega_n} \quad \boxed{\delta_{st}=\frac{F_0}{k}} \quad \boxed{J_0=\frac{1}{2}mR^2}$$

$$\boxed{x(t)=Xe^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t-\phi),\ X=\frac{\sqrt{x_0^2\omega_n^2+\dot{x}_0^{\,2}+2x_0\dot{x}_0^{\,2}\zeta\omega_n}}{\omega_d},\ \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\ \phi=\arctan\left(\frac{\dot{x}_0+\zeta\omega_n x_0}{x_0\omega_d}\right)}$$

$$\frac{X}{\delta_{st}}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

$$\delta=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right),\quad \delta=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}},\quad \delta=2\pi\zeta \text{ para } \zeta\ll 1$$

$$Z_{rs}(i\omega)=-\omega^2 m_{rs}+i\omega c_{rs}+k_{rs}$$

$$\boldsymbol{Z}(i\omega)\boldsymbol{X}=\boldsymbol{F_0}$$

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{Z}(i\omega)^{-1}\boldsymbol{F_0}$$

$$\boldsymbol{Z}(i\omega)=\begin{bmatrix} Z_{11}(i\omega) & Z_{12}(i\omega) \\ Z_{12}(i\omega) & Z_{22}(i\omega)\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a\end{bmatrix}$$

$$c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}\qquad c=\sqrt{\frac{G}{\rho}}\qquad \alpha\tan\alpha=\beta\qquad \alpha=\frac{\omega l}{c}\qquad \beta=\frac{m}{M}\qquad \beta=\frac{J_{\text{barra}}}{I_0}$$

$$\omega_1^2,\ \omega_2^2=\frac{1}{2}\left\{\frac{(k_1+k_2)m_2+(k_2+k_3)m_1}{m_1 m_2}\right\}$$
$$\mp\frac{1}{2}\left[\left\{\frac{(k_1+k_2)m_2+(k_2+k_3)m_1}{m_1 m_2}\right\}^2-4\left\{\frac{(k_1+k_2)(k_2+k_3)-k_2^2}{m_1 m_2}\right\}\right]^{1/2}$$

$$r_1=\frac{X_2^{(1)}}{X_1^{(1)}}=\frac{-m_1\omega_1^2+(k_1+k_2)}{k_2}$$

$$r_2=\frac{X_2^{(2)}}{X_1^{(2)}}=\frac{-m_1\omega_2^2+(k_1+k_2)}{k_2}$$

End Conditions of Bar	Boundary Conditions	Frequency Equation	Mode Shape (Normal Function)	Natural Frequencies
Fixed-free	$u(0,t)=0$; $\frac{\partial u}{\partial x}(l,t)=0$	$\cos\frac{\omega l}{c}=0$	$U_n(x)=C_n\sin\frac{(2n+1)\pi x}{2l}$	$\omega_n=\frac{(2n+1)\pi c}{2l}$; $n=0,1,2,\ldots$
Free-free	$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t)=0$; $\frac{\partial u}{\partial x}(l,t)=0$	$\sin\frac{\omega l}{c}=0$	$U_n(x)=C_n\cos\frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n=\frac{n\pi c}{l}$; $n=0,1,2,\ldots$
Fixed-fixed	$u(0,t)=0$; $u(l,t)=0$	$\sin\frac{\omega l}{c}=0$	$U_n(x)=C_n\cos\frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n=\frac{n\pi c}{l}$; $n=1,2,3,\ldots$