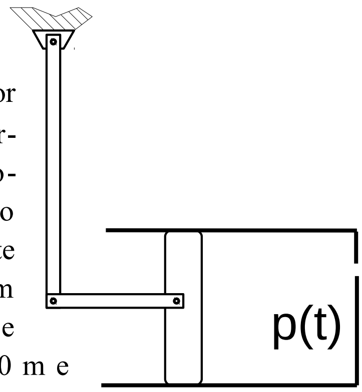
Vibrações Mecânicas **2º EE** **2º Semestre de 2015**

1) Considere que em um sistema mecânico, que está sujeito a uma força harmônica de magnitude 150 N e frequência angular 100 rad/s, foi medido experimentalmente que a força elástica tem amplitude igual a 400 N e que esta está atrasada de 55º em relação à excitação. Qual o valor das forças viscosa e de inércia? A frequência de excitação é maior ou menor do que a frequência natural do sistema? Justifique suas respostas. Se você levar mais de dois minutos para fazer esta questão está fazendo errado. Pare e faça outra questão *(Valor 2 pontos)*

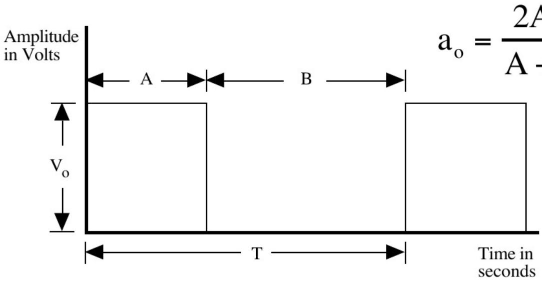
2) A figura ao lado mostra um modelo simplificado de um veículo. Considerando que a massa do veículo seja 1200 kg, que a rigidez da suspensão seja 400 KN/m e que a razão de amortecimento seja 0,50, verifique em que faixa de velocidades pode haver descolamento do pneu do solo. Considere que o veículo se move sobre um piso com ondulações senoidais, de amplitude igual a 50 mm e comprimento de onda igual a 11 metros. O descolamento do pneu do solo caracteriza-se pela força de contato nula. Observe que a força de contato do pneu com o solo é a soma da força estática causada pelo peso do veículo mais a força dinâmica causada por seu movimento. Se/quando você chegar em uma equação polinomial de alto grau para resolver, empregue duas iterações do Método de Newton-Raphson partindo da estimativa inicial $r_0=0.5$. Para resolver a equação $f(r)=0$ com o método de Newton-Raphson, basta iterar a expressão

$$r_{n+1}=r_n-\frac{f(r_n)}{f'(r_n)}$$

onde $f'(r_n)$ é a derivada da função $f(r)=0$ calculada no ponto r_n . Veja o exemplo no formulário caso você tenha dúvidas. *(Valor 4 pontos)*



3) A figura ao lado mostra um pistão que é acionado pela pressão variável na câmera, simbolizada por $p(t)$. Esta câmera está conectada a um atuador hidráulico de um máquina que faz com que a pressão na câmera tenha a forma de um trem de pulsos, como mostrado na figura abaixo. Calcule o deslocamento do pistão, considerando que a razão de amortecimento foi medido experimentalmente como 0,15. Também foi verificado experimentalmente que, para fazer com que a barra vertical gire de 1º, é necessário aplicar um torque igual a 1500 Nm. A barra vertical tem comprimento igual a 1 metro e massa igual a 1,40 kg, e a barra horizontal tem comprimento igual 0,350 m e massa igual a 0,25 kg. O pistão tem massa igual a 0,30 kg e diâmetro igual a 100 mm. O valor máximo da pressão na câmera é 50 KN/m², os pulsos ocorrem com frequência de 20 Hz e a duração de cada pulso é 0,015 s. Caso você precise calcular alguma espécie de série, use apenas 2 termos de cada "família". Obviamente nas expressões abaixo tome V_0 como a amplitude da *pressão*, em N/m²! *(Valor 4 pontos)*



$$a_o = \frac{2AV_o}{A+B} \qquad a_n = \frac{V_o}{n\pi}\sin(n\omega_o t) \qquad b_n = \frac{V_o}{n\pi}\left[1-\cos(n\omega_o t)\right]$$

$$f(t) = \frac{a_o}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\cos(n\omega_o t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n\sin(n\omega_o t)$$

$\omega = 2\pi f$ $f = \frac{1}{\tau}$ $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \quad T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2, \quad U = \frac{1}{2} \kappa x^2, \quad U = \frac{1}{2} F x$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J_0}}, \quad \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \quad \zeta = \frac{c}{c_c}, \quad c_c = 2 m \omega_n$ $\delta_{st} = \frac{F_0}{k}$

$x(t) = X e^{-\zeta \omega_n t} \cos(\omega_d t - \phi), X = \frac{\sqrt{x_0^2 \omega_n^2 + \dot{x}_0^2 + 2 x_0 \dot{x}_0^2 \zeta \omega_n}}{\omega_d}, \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \phi = \arctan\left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta \omega_n x_0}{x_0 \omega_d}\right)$

$T_d = \frac{X}{Y} = \left(\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$ $\frac{M x}{m e} = r^2 |H(i\omega)|, \phi = \arctan\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)$

$H(i\omega) = \frac{1}{(1-r^2) + i 2 \zeta r}, |H(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$ $\frac{F_T}{\kappa Y} = r^2 \left(\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

$x_p(t) = \frac{a_0}{2k} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_j/k}{\sqrt{(1-j^2 r^2)^2 + (2\zeta j r)^2}} \cos(j\omega t - \phi_j) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{b_j/k}{\sqrt{(1-j^2 r^2)^2 + (2\zeta j r)^2}} \sin(j\omega t - \phi_j)$

$\phi_j = \arctan\left(\frac{2\zeta j r}{1 - j^2 r^2}\right)$ $x_p(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t F(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_d(t-\tau)\; d\tau$

$\delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right), \quad \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \delta = 2\pi\zeta \text{ para } \zeta \ll 1$

Exemplo Newton-Raphson: suponha que você deseje resolver a equação $x^3 = 2$. Reescrevemos isto como $f(x) = x^3 - 2 = 0$. A derivada desta função é $f'(x) = 3x^2$. A fórmula para a iteração de NR é então $x_{n+1} = x_n - (x^3 - 2)/(3x^2)$. Partindo por exemplo de $x_0 = 1$, a sequência de aproximações é $x_1 = 1 - (1^3 - 2)/(3 \times 1^2) = 1.3333$, $x_2 = 1.333 - (1.333^3 - 2)/(3 \times 1.333^2) = 1.264$ e assim vai. A resposta exata, é claro, é $x = 2^{1/3} = 1.2599$. Perceba que já estamos bem perto com duas iterações (este exemplo é muito bem comportado e partimos de muito perto da raiz verdadeira, no entanto, não acostumem com isto.)