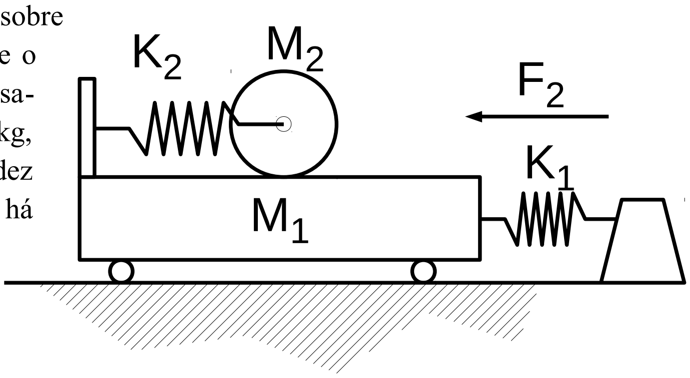
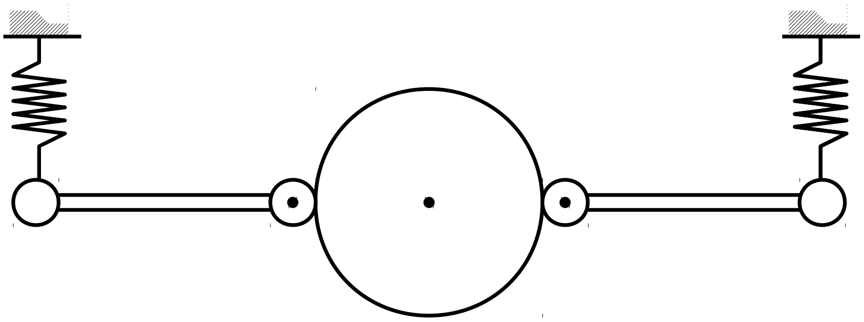
1) Na figura ao lado, o cilindro rola sem deslizar sobre a massa inferior, que se desloca sem atrito sobre o plano horizontal. Calcule a resposta do sistema, sabendo que as massas 1 e 2 são iguais a 20 e 10 kg, respectivamente, que as molas 1 e 2 tem rigidez igual a 11 e 14 kN/m, respectivamente, e que não há amortecimento no sistema. O diâmetro do cilindro é igual a 0,20 m e a força aplicada na cilindro 2 é harmônica, com amplitude igual a 20 N e frequência igual a 5 Hz. *(Valor 5 pontos)*.



2) Na figura ao lado, os pontos pretos indicam eixos sobre os quas as engrenagens giram sem atrito. A engrenagem central tem 120 dentes e diâmetro igual a 0,12m, e todas as outras tem 30 dentes. A massa da engrenagem central é igual a 16kg, e das engrenagens pequenas (inclusive aquelas que estão na extremidade dos braços) é igual a 2 kg. As molas nas extremidades dos braços laterais tem rigidez igual a 5 kN/m e os braços são uniformes, com comprimento igual a 0,30 m e massa igual a 1 kg. Lembre-se que a razão de velocidades entre engrenagens acopladas é dada pela razão inversa do número de dentes, e a mesma coisa vale para a razão entre seus diâmetros. Quantos graus de liberdade tem os sistema? Sabendo que a razão de amortecimento foi sido medida experimentalmente como 0,02, calcule a resposta total do sistema supondo que, a partir do repouso, uma momento constante igual a 500 N.m haja durante um único período natural no sentido horário na engrenagem central. *(Valor 5 pontos)*.



FÓRMULAS NO VERSO!

$\omega = 2\pi f$

$f = \frac{1}{\tau}$

$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \quad T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2, \quad U = \frac{1}{2} \kappa x^2, \quad U = \frac{1}{2} F x$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J_0}}, \quad \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \quad \zeta = \frac{c}{c_c}, \quad c_c = 2 m \omega_n$

$\delta_{st} = \frac{F_0}{k}$

$J_0 = \frac{m d^2}{8}$

$$x(t) = X e^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t - \phi), X = \frac{\sqrt{x_0^2\omega_n^2 + \dot{x}_0^2 + 2 x_0 \dot{x}_0^2 \zeta \omega_n}}{\omega_d}, \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \phi = \arctan\left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{x_0 \omega_d}\right)$$

$$x_p(t) = \frac{a_0}{2k} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_j/k}{\sqrt{(1-j^2 r^2)^2 + (2\zeta j r)^2}} \cos(j\omega t - \phi_j) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{b_j/k}{\sqrt{(1-j^2 r^2)^2 + (2\zeta j r)^2}} \sin(j\omega t - \phi_j)$$

$$x_p(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t F(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_d(t-\tau)\; d\tau$$

$$\theta_p(t) = \frac{1}{J_0\omega_d} \int_0^t M(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_d(t-\tau)\; d\tau$$

$$\int_0^t e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_d(t-\tau)\; d\tau = \frac{1}{\omega_n^2\zeta^2 + \omega_d^2}\left(\omega_d - \left(\omega_n \zeta \sin(\omega_d t) + \omega_d \cos(\omega_d t)\right) e^{-\zeta\omega_n t}\right)$$

$$\delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right), \quad \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \delta = 2\pi\zeta \text{ para } \zeta \ll 1$$

$Z_{rs}(i\omega) = -\omega^2 m_{rs} + i\omega c_{rs} + k_{rs}$

$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{Z}(i\omega)^{-1} \boldsymbol{F_0}$

$\boldsymbol{Z}(i\omega) = \begin{bmatrix} Z_{11}(i\omega) & Z_{12}(i\omega) \\ Z_{12}(i\omega) & Z_{22}(i\omega) \end{bmatrix}$

$\boldsymbol{Z}(i\omega)\boldsymbol{X} = \boldsymbol{F_0}$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$