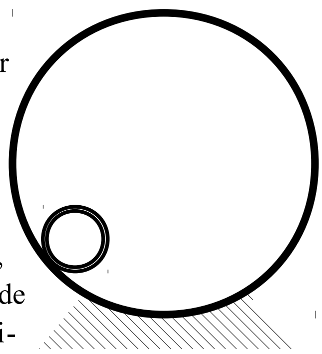
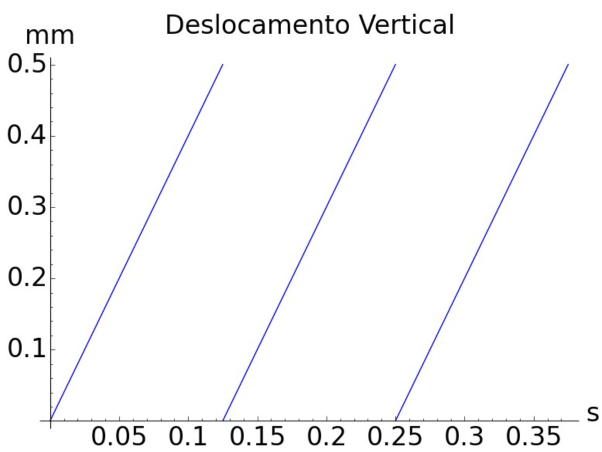
1) Considere que na figura ao lado, o tubo interno rola sem deslizar dentro do tubo externo que é fixo e tem raio igual a 2 m. Após um deslocamento lateral inicial do tubo que corresponde a 5º (valores iguais ou menores a este podem ser considerados pequenos), e sua liberação com velocidade nula, foi verificado que o tubo oscila, e que a deslocamento lateral máximo no décimo primeiro ciclo corresponde a um ângulo de 3,8º. Qual o coeficiente de amortecimento pode ser inferido para este sistema (informe as unidades corretamente)? Se for arbitrado que o movimento cessa quando o amplitude angular for menor do que 0.001º, quanto tempo leva para isto acontecer? Qual a velocidade do centro de gravidade do tubo quando ele passa pelo ponto mais baixo de sua trajetória no décimo primeiro ciclo? *Considere a inércia rotativa do tubo*, que tem 0,15m de diâmetro externo, 0,14m de diâmetro interno, 0,15m de comprimento é feito de aço, cuja massa específica é 7800kg/m³. Lembre-se que para um cilindro maciço, o momento de inércia de massa em relação ao eixo do cilindro é $J_0 = \frac{1}{2} m R^2$ *(Valor 3 pontos)*



2) Um operador de equipamento mecânico “pesa” 80kg e trabalha sentado em uma cadeira, que cede 1mm quando o operador senta nela. O equipamento controlado por este operador produz vibração do piso, que foi medida, exatamente na base da cadeira do operador, como mostrado na figura ao lado. Sabemos que a série de Fourier para uma função dente de serra, como a mostrada na figura, *com amplitude* 1 *e período T* é $f(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \sum_{n-1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi t}{T}\right)$. A razão de amortecimento foi determinada experimentalmente como 0,05. Supondo que por motivos de segurança e conforto do operador a amplitude máxima de vibração no assento (descontada qualquer variação estática) deve ser de 0,5 mm (este valor é completamente inventado, sem nenhuma correlação com a realidade), verifique se a situação é aceitável. Caso não seja, explique porque e sugira uma possível remediação (que não seja diminuir a amplitude de vibração no piso pois sobre isto não temos controle. (Use g=9,8m/s²). *(Valor 4 pontos).*



3) Um rotor de turbina tem massa igual a 300 kg e um desbalanceamento de massa igual a 15 kg. Ele está apoiado sobre uma fundação que tem uma rigidez equivalente de 6,5KN/m e uma razão de amortecimento de 0,04. Verifica-se experimentalmente que o rotor vibra com amplitude igual a 0.05 m na ressonância. Determine a excentricidade desta massa e a massa de balanceamento necessária para que a deflexão do motor seja reduzida à metade. *(Valor 3 pontos)*

FÓRMULAS NO VERSO!

$$\omega=2\pi f \qquad f=\frac{1}{\tau} \qquad T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2, \quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2, \quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2, \quad U=\frac{1}{2}F x$$

$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_n=\sqrt{\frac{k_t}{J_0}}, \quad \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \quad \zeta=\frac{c}{c_c}, \quad c_c=2m\omega_n \qquad \delta_{st}=\frac{F_0}{k}$$

$$x(t)=Xe^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t-\phi), X=\frac{\sqrt{x_0^2\omega_n^2+\dot{x}_0^{\,2}+2x_0\dot{x}_0^{\,2}\zeta\omega_n}}{\omega_d}, \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \phi=\arctan\left(\frac{\dot{x}_0+\zeta\omega_n x_0}{x_0\omega_d}\right)$$

$$T_d=\frac{X}{Y}=\left(\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \frac{X}{\delta_{st}}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}} \qquad \frac{M x}{m e}=r^2|H(i\omega)|, \phi=\arctan\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)$$

$$H(i\omega)=\frac{1}{(1-r^2)+i2\zeta r}, |H(i\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}} \qquad \frac{X}{\delta_{st}}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

$$x_p(t)=\frac{a_0}{2k}+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{a_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2+(2\zeta jr)^2}}\cos(j\omega t-\phi_j)+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{b_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2+(2\zeta jr)^2}}\sin(j\omega t-\phi_j)$$

$$x_p(t)=\frac{1}{m\omega_d}\int_0^t F(\tau)e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)\;d\tau$$

$$\delta=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right), \quad \delta=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \delta=2\pi\zeta \text{ para } \zeta\ll 1$$