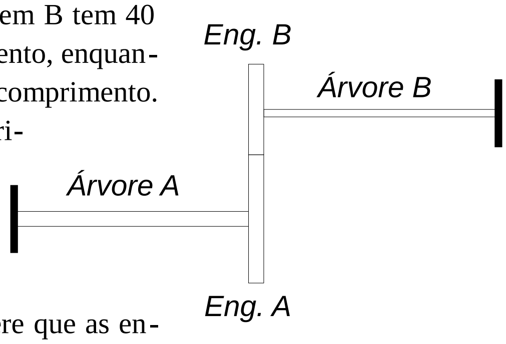
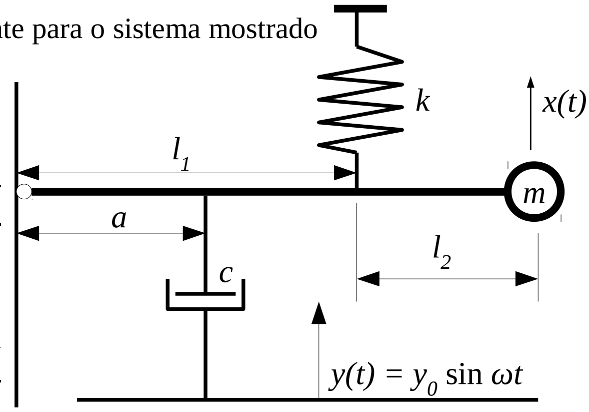
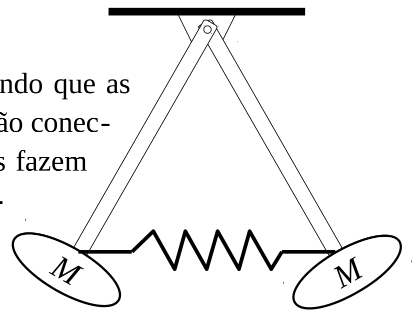
1) Na figura ao lado a engrenagem A tem 80 dentes e a engrenagem B tem 40 dentes. A árvore A tem 15 mm de diâmetro e 200 mm de comprimento, enquanto que a árvore B tem 10 mm de diâmetro e também 200 mm de comprimento. Tanto as árvores quanto as engrenagens são feitas do mesmo material, aço com densidade igual a 7850 kg/m³, módulo de elasticidade igual a 210 GPa e módulo de cisalhamento igual a 80 GPa. As engrenagens tem 15 mm de largura de face, e a engrenagem A tem 120 mm de diâmetro primitivo e a engrenagem B, claramente, 60 mm de diâmetro primitivo. Para efeitos de cálculo, considere que as engrenagens cão cilindros maciços com diâmetro igual ao diâmetro primitivo. Qual a frequência natural do sistema? Considere que a massa das árvores não é desprezível, e que o ângulo de torção varia linearmente ao longo do comprimento da árvore. Lembre-se que a relação de velocidade angulares em um par de engrenagens é igual à razão inversa do número de dentes, ou dos diâmetros primitivos. O momento de área de uma seção circular em relação ao eixo longitudinal é dado por $J=\pi d^4/64$ e o momento de inércia de área de um cilindro de raio R e massa total M é dado por $J_0=MR^2/2$ *(Valor 3 pontos)*



2) Determine a amplitude da resposta no regime permanente para o sistema mostrado na figura ao lado. A barra deve ser considerada rígida e com massa desprezível. A excitação do sistema é feita pelo movimento na base do *amortecedor*, como mostrado; a base da mola, no topo da figura, é fixa. Resolva este problema considerando como coordenada generalizada o deslocamento da mola. Em primeiro lugar, mostre que, para as coordenadas reduzidas, a equação de movimento do sistema é $m\ddot{x}+c(\dot{x}-\dot{y})+kx=0$. Suponha que a resposta seja harmônica, com um ângulo de fase α, coloque a resposta e o movimento da base na equação de movimento e calcule uma força externa equivalente, e use a fórmula do fator de amplificação para calcular o deslocamento. *(Valor 3 pontos)*



3) Calcule as frequências naturais do sistema mostrado ao lado, considerando que as barras são rígidas, com comprimento L, e as massas são iguais. As massas são conectadas por uma mola de rigidez K, e na configuração de equilíbrio as barras fazem um ângulo de 60° entre si. Faça um esquema dos modos normais de vibração. *(Valor 4 pontos)*.



$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}},\quad \omega_n=\sqrt{\frac{k_t}{J_0}},\quad \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\quad \zeta=\frac{c}{c_c},\quad c_c=2m\omega_n$$

$$T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2,\quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2,\quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2,\quad U=\frac{1}{2}Fx \qquad \delta_{st}=\frac{F_0}{k}$$

$$k_t=\frac{GJ}{l} \qquad m_{eq}\ddot{x}_{eq}+c_{eq}\dot{x}+k_{eq}x=F_0\sin\omega t \qquad \frac{X}{\delta_{st}}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}} \qquad k_t=\frac{GJ}{l}$$