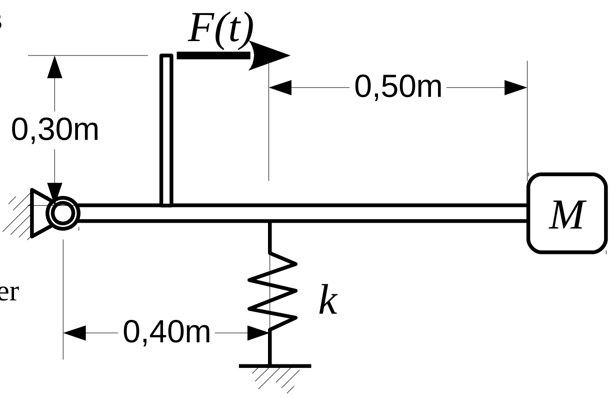
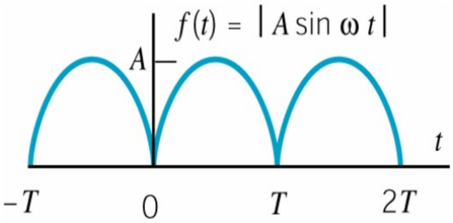
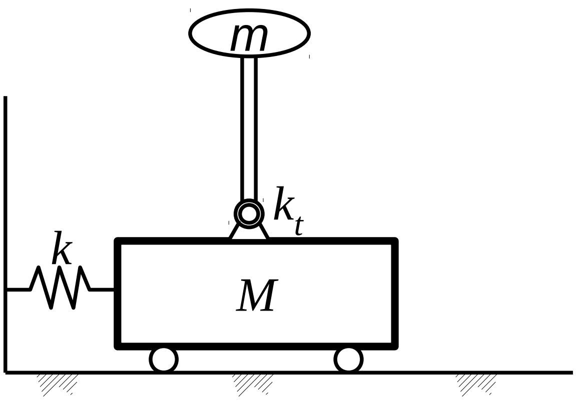


1) Considere que no sistema mostrado na figura as barras são rígidas, com massas desprezíveis, e o valor da massa concentrada na extremidade da barra é igual a $0{,}50\,\mathrm{kg}$. Considere que a razão de amortecimento é igual a 0.01, a rigidez da mola é igual a $2\,\mathrm{kN/m}$ e que o sistema, para o tempo $t=0$ está em repouso. A força externa horizontal aplicada é igual a $F(t)=-12t(t-2)$ N, $0\le t\le 2\,\mathrm{s}$, e é nula para qualquer outro tempo. Calcule a posição da massa concentrada no tempo igual a 2 segundos, usando a integral de Duhamel. Use a regra do trapézio com 5 pontos (incluindo as extremidades do intervalo de integração) para calcular uma aproximação numérica para a integral de Duhamel. *(Valor 3 pontos)*



2) Considere o mesmo sistema físico da questão anterior, mas agora considere que a força externa aplicada é uma força senoidal retificada, como mostrado na figura ao lado, com amplitude igual a 18N. Usando apenas três termos da série de Fourier desta função, calcule apenas a resposta permanente do sistema, se o período de aplicação da força T é igual a 3 segundos. A série de Fourier em cossenos desta função é $f(t)=\frac{2A}{\pi}-\frac{4A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(n\omega_0 t)}{4n^2-1}$, com $\omega_0=\frac{2\pi}{T}$.

(Valor 3 pontos)



3) Escreva e resolva as equações para vibração livre, supondo que as soluções são harmônicas, considerando como condições inicias apenas deslocamentos iniciais, para o sistema mostrado ao lado. A barra vertical é rígida e sem massa, conectada à base através de uma junta rotativa que impõe uma rigidez rotacional k_t. Não há amortecimento no sistema. *(Valor 4 pontos.)*

$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}},\quad \omega_n=\sqrt{\frac{k_t}{J_0}},\quad \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\quad \zeta=\frac{c}{c_c},\quad c_c=2m\omega_n$$

$$x_p(t)=\frac{a_0}{2k}+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{a_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2+(2\zeta jr)^2}}\cos(j\omega t-\phi_j)+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{b_j/k}{\sqrt{(1-j^2r^2)^2+(2\zeta jr)^2}}\sin(j\omega t-\phi_j)$$

$$x_p(t)=\frac{1}{m\omega_d}\int_0^t F(\tau)e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)\;d\tau$$