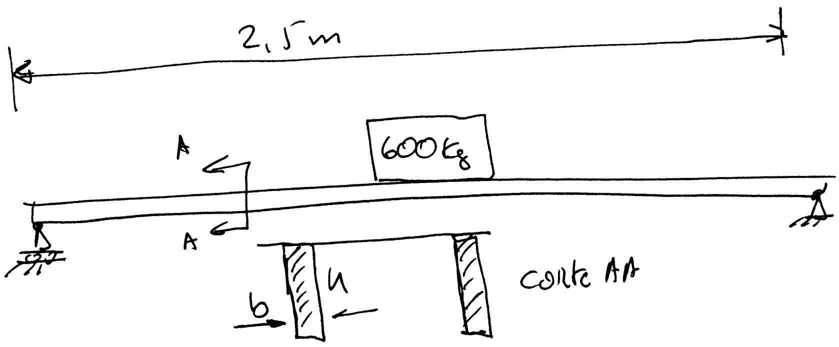
Vibrações Mecânicas -- 2º EE

```
Remove["Global`*"];
```

Questão 1

Esquema da montagem do aparelho de ar condi-
cionado.



Vamos imaginar que tudo aí na figura acima é horizontal.
A deflexão máxima no centro da viga deve ser 3 mm.

```
δmax = 0.003
```

0.003

A massa e a carga estática em uma única viga são:

```
g = 10
M = 600
P = M g / 2
```

10

600

3000

A deflexão em uma viga de seção retangular é dada por

$$ymax = \frac{P L^3}{48\, Ey\, Ixx}$$

$$\frac{125 L^3}{2\, Ey\, Ixx}$$

Cuidado que E e I tem valores pré-definidos no *Mathematica*. No caso

```
Ey = 210 × 10^9
L = 2.500
```

210 000 000 000

2.5

O menor momento de inércia possível é então

```
Solve[ymax == δmax , Ixx]
Ixx = Ixx /. First[%]
```

Solve::ratnz : Solve was unable to solve the system with inexact coefficients . The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result. ≫

$\{\{Ixx \to 1.5501\times10^{-6}\}\}$

1.5501×10^{-6}

O momento de inércia para uma viga maciça de seção retangular é

$$Ir = \frac{b h^3}{12}$$

$$\frac{b h^3}{12}$$

A altura mínima é então

```
Solve[Ixx == Ir && h == 2b, {b, h}]
```

Solve::ratnz : Solve was unable to solve the system with inexact coefficients . The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result. ≫

$\{\{b \to -0.0390492, h \to -0.0780985\}, \{b \to 0. - 0.0390492 i, h \to 0. - 0.0780985 i\}, \{b \to 0. + 0.0390492 i, h \to 0. + 0.0780985 i\}, \{b \to 0.0390492, h \to 0.0780985\}\}$

Para embelezamento de engenharia, vamos tomar

```
b = 0.040
h = 2b
```

0.04

0.08

A rigidez na direção vertical é então

```
Ir
```

$$k = \frac{48\, Ey\, Ir}{L^3}$$

1.70667×10^{-6}

1.101×10^{6}

A frequência natural é

$$\omega n = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

42.837

A frequência de operação é

```
rpm = 300
```
$\omega = N\left[\frac{2\pi\, rpm}{60}\right]$

```
300
```
```
31.4159
```

O fator de amplificação é

$mag = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$

$\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + 4 r^2 \zeta^2}}$

$r = \frac{\omega}{\omega n}$

```
0.733383
```

$\zeta = 0.01$

```
0.01
```

```
mag
```
```
2.16271
```

Para uma força harmônica de 40 N, a deformação estática é

```
F0 = 40
```
$\delta st = F0/k$

```
40
```
```
0.0000363305
```

A amplitude do deslocamento dinâmico é

$X = \delta st\, mag$

```
0.0000785724
```

Menos de um décimo de milímetro, o que é muito razoável.

$magr = \frac{1}{2\zeta r}$

```
68.1772
```

E a amplitude de deslocamento é

$Xres = \delta st\, magr$

```
0.00247691
```

Mais ou menos 2,5 mm, que é da ordem do deslocamento estático, que provavelmente é muito alto para qualquer equipamento rotativo, mas está muito longe de ser infinita, devido ao amortecimento. Esta questão é muito fácil.

Questão 2

```
Remove ["Global`*"];
```

A amplitude de vibração do piso e sua frequência são

```
Yp = 0.0001
f = 12
ω = N[2 π f]
```

```
0.0001

12

75.3982
```

A amplitude máxima no instrumento é

```
Xmax = 0.000002
```

$2.\times 10^{-6}$

A máximo fator de transmissibilidade de deslocamento é então

```
Td = Xmax / Yp
```

```
0.02
```

Como isto é (bem) menor do que 1, teremos que operar a base do instrumento acima de sua frequên· cia natural, pois antes
da ressonância a transmissibilidade de deslocamento é sempre maior do que 1.
Para calcular a transmissibilidade, precisamos do amortecimento. No caso, temos que a amplitude cai à metade após 10 ciclos.
O decremento logarítmico é

```
n = 10
x1 = 1
xn = 0.5
```

$$\delta = \frac{1}{n}\mathrm{Log}\left[\frac{x1}{xn}\right]$$

```
10

1

0.5

0.0693147
```

Podemos calcular a razão de amortecimento de

$$\mathrm{Solve}\left[\delta == \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \zeta\right]$$

```
ζ = ζ /. First[%]
```

$\{\{\zeta \to 0.0110311\}\}$

```
0.0110311
```

A razão de frequências vem da fórmula da transmissilibidade

$$\mathrm{Td} == \left(\frac{1+(2\xi r)^2}{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

```
roots = Solve[%, r]
```

$$0.02 == \sqrt{\frac{1+0.000486741\, r^2}{0.000486741\, r^2+(1-r^2)^2}}$$

{{r → -7.18499}, {r → 0. - 6.95756 i}, {r → 0. + 6.95756 i}, {r → 7.18499}}

Obviamente só interessa a raiz positiva real. Assim,

```
r = r /. Last[roots]
```

7.18499

A frequência natural da base deve ser então

$\omega n = \omega / r$

10.4939

A rigidez da base pode ser calculada de

M = 500

$$\omega n == \sqrt{\frac{k}{M}}$$

```
Solve[%, k]
k = k /. First[%]
```

500

$$10.4939 == \frac{\sqrt{k}}{10\sqrt{5}}$$

{{k → 55060.5}}

55060.5

O deslocamento estático é então

g = 10

$$\delta st = \frac{M g}{k}$$

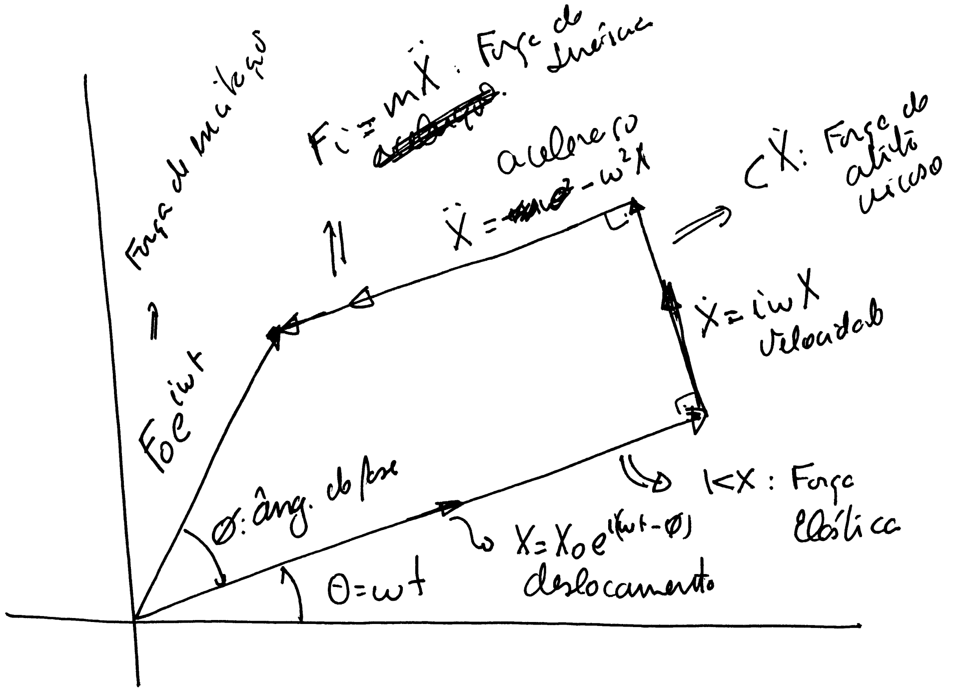
10

0.0908092

Uns nove centímetros! O que é um bocado! Mas isto é o que é necessário para tamanho isolamento de vibração.

Questão 3

O esperado é algo como a figura a seguir.



É ineressante explicar que o ângulo de fase aparece por causa da força viscosa, e que a velocidade e a aceleração giram de 90 graus quando são derivadas e “cai” o termo $i\omega$.