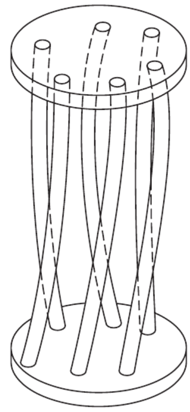
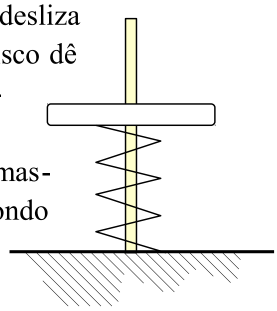
Vibrações Mecânicas **1º EE** **2º Semestre de 2014**

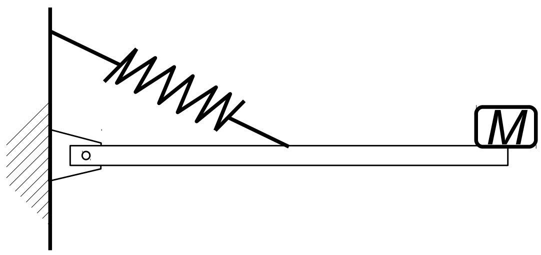
1) Um trocador de calor consiste de seis tubos idêntico de aço inoxidável, conectados em paralelo como mostrado ao lado. Se cada tubo tem diâmetro externo de 20 mm e espessura de parede de 1 mm, e o comprimento dos tubos é igual a 1000 mm, calcule a rigidez axial e à torção do sistema. Considere que os tubos estão engastados nas tampas, que podem ser consideradas rígidas, ao longo de uma circunferência com 300 mm de diâmetro. O módulo de elasticidade do aço inox pode ser tomado com 210 GPa e o módulo de cisalhamento igual a 80GPa. Para um tubo circular vazado, o momento de inércia da seção, em relação a uma linha radial é dado por $I=\pi(d_o^4-d_i^4)/64$, e em relação ao eixo do tubo é $I_0=\pi(d_o^4-d_i^4)/32$. O momento necessário para torcer um tubo é $M_t=G I_0 \theta/l$, e a força para esticá-lo é $F=E A y/l$. Considerando o um tubo como uma viga biengastada, a força necessária para fletir o duto é dada por $P=12 E I y/l^3$. *(Valor 3 pontos)*



2) Na figura ao lado, a haste vertical é um parafuso, no qual o disco de massa M desliza sem atrito. O parafuso faz com que, para cada metro de deslocamento vertical, o disco dê exatamente 4 voltas completas. Isto implica que os deslocamentos vertical e rotacional estão relacionados pela fórmula $y=\theta/(8\pi)$. Mostre como obter esta fórmula. Quantos graus de liberdade tem este sistema? Justifique. Considere que o disco tem massa de 1,50 kg, raio igual a 75 mm, e que a rigidez da mola linear seja 10kN/m. Supondo que o disco seja pressionado de 10 mm para baixo e liberado, qual a maior velocidade angular atingida pelo sistema? Quanto tempo o sistema leva para girar entre as posições mais extremas? Resolva o problema em termos da rotação do disco. O momento polar de inércia de um disco sólido é $J_0=m R^2/2$. *(Valor 3 pontos)*



3) Na figura ao lado, a barra é rígida e tem massa igual a 10 kg e comprimento total igual a 2 m. A mola tem rigidez igual a 21,0 kN/m, está inclinada de 30° em relação à horizontal e está fixada exatamente no meio da barra. A massa M na extremidade da barra é igual a 8 kg. Foi determinado experimentalmente que, se o sistema é perturbado da situação de repouso mostrada com um pequeno deslocamento inicial, a amplitude no sexto ciclo, isto é, após cinco ciclos completos, é cerca de 50% da amplitude no primeiro ciclo. Suponha que a massa na extremidade da barra seja deslocada vagarosamente do repouso de 10 mm para cima, e solta. Qual a amplitude do movimento após 5 segundos? *(Valor 4 pontos.)*



$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}},\quad \omega_n=\sqrt{\frac{k_t}{J_0}},\quad \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\quad \zeta=\frac{c}{c_c},\quad c_c=2 m\omega_n$$

$$T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2,\quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2,\quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2,\quad U=\frac{1}{2}F x$$

$$x(t)=X_0 e^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t-\phi),\quad X_0=\frac{\sqrt{x_o^2\omega_n^2+\dot{x}_0{}^2+2x_0\dot{x}_0\zeta\omega_n}}{\omega_d},\quad \phi=\arctan\left(\frac{\dot{x}_0+\zeta\omega_n x_0}{x_0\omega_d}\right)$$

$$x(t)=A\cos(\omega_n t-\phi),\quad A=\sqrt{x_o^2+(\dot{x}_0/\omega_n)^2},\quad \phi=\arctan\left(\frac{\dot{x}_0}{x_0\omega_n}\right)$$

$$\delta=\frac{1}{m}\ln\left(\frac{x_1}{x_{m+1}}\right),\quad \delta=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}},\quad \delta=2\pi\zeta \text{ para } \zeta\ll 1$$

Prof. Ramiro Willmersdorf 29/10/2014