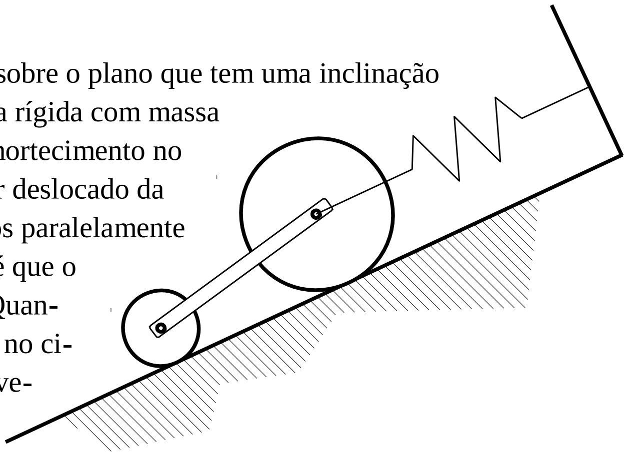
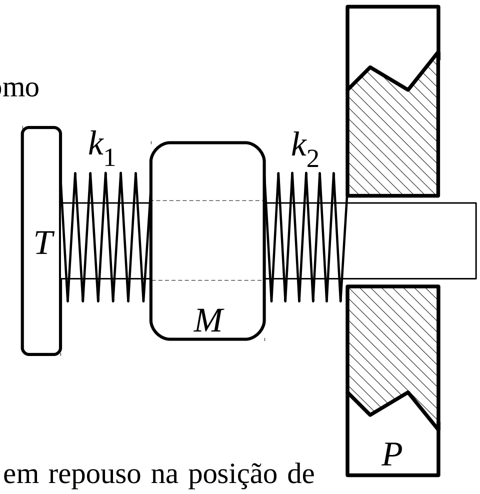
Vibrações Mecânicas **Exame Final Segunda Chance** **2º Semestre de 2014**

Atenção: Não deduzam fórmulas que são dadas! Você só se esforça à toa e não demonstra nada além de que não sabe administrar seu tempo.

1) Na figura ao lado, os dois discos rolam sem deslizar sobre o plano que tem uma inclinação de 25° com a horizontal, e são conectadas por uma barra rígida com massa desprezível. Foi verificado experimentalmente que o amortecimento no sistema é 5% do amortecimento crítico. Se o sistema for deslocado da posição de repouso de uma distância de 10 mm, medidos paralelamente ao plano inclinado, e liberado, quanto tempo decorre até que o sistema complete 10 ciclos completos de movimento? Quantos ciclos são necessários para que a amplitude máxima no ciclo seja menor do que 1% da amplitude inicial? Qual a velocidade linear dos discos ao final do primeiro ciclo? Os discos são feitos de aço, cuja densidade é 7850 kg/m³, seus diâmetros são 150 e 75 mm e a espessura dos dois discos é igual a 20 mm. O comprimento da barra é igual a 300 mm e a rigidez da mola é igual a 12 kN/m. Dica: perceba que as massas tem inércia rotativa e translacional! *(Valor 3 pontos)*



2) Na figura, o pino *T* pode deslizar sem atrito na parede *P*, assim como a massa *M* pode deslizar sobre o pino T, também sem atrito. Na extremidade esquerda do pino é aplicada uma força horizontal com amplitude igual a 10 N e frequência igual a 15 Hz, e sobre a massa *M* é aplicada uma força, também horizontal, de mesma amplitude e frequência, mas atrasada de 45° em relação à primeira. Supondo que o sistema não seja amortecido e que a massa do pino *T* é igual a 1,5 kg e que a massa *M* é igual a 0,50 kg, calcule a resposta em regime permanente do sistema. *(Valor 4 pontos)*

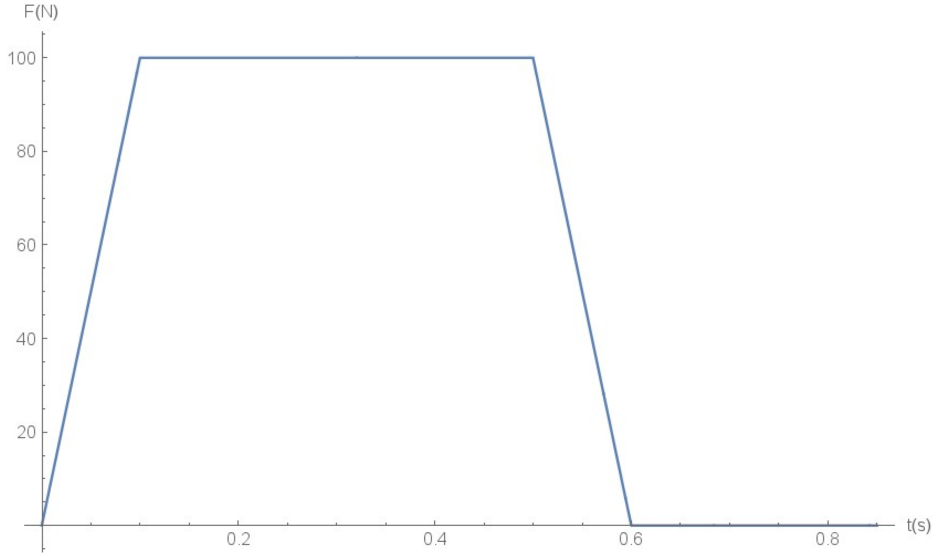


3) Supondo que no sistema da primeira questão esteja inicialmente em repouso na posição de equilíbrio, que não haja amortecimento, e que ele seja excitado por uma força impulsiva com 0,60 s de duração. A força é paralela ao plano e sua magnitude tem formato trapezoidal, conforme a figura abaixo, que pode ser descrita pela expressão (em Newtons):

$$F(t)=\begin{cases} 1000t, & 0\leq t<0.01 \\ 100, & 0.01\leq t<0.5 \\ 100-1000(t-0.5), & 0.5\leq t<0.6 \end{cases}$$

qual a resposta transiente do sistema, durante o período no qual a força é não nula? Como é forma da reposta quando a excitação impulsiva termina (apenas descreva o tipo de função, não é necessário calcular valores). *(Valor 3 pontos)*.

(FÓRMULAS E GRÁFICO DA FORÇA NO VERSO DA PROVA!)



$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}},\quad \omega_n=\sqrt{\frac{k_t}{J_0}},\quad \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\quad \zeta=\frac{c}{c_c},\quad c_c=2m\omega_n$$

$$\omega=2\pi f$$

$$x(t)=X_0e^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t-\phi),\quad X_0=\frac{\sqrt{x_o^2\omega_n^2+\dot{x}_0{}^2+2x_0\dot{x}_0\zeta\omega_n}}{\omega_d},\quad \phi=\arctan\left(\frac{\dot{x}_0+\zeta\omega_n x_0}{x_0\omega_d}\right)$$

$$\delta=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right),\quad \delta=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}},\quad \delta=2\pi\zeta \text{ para } \zeta\ll 1$$

$$T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2,\quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2,\quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2,\quad U=\frac{1}{2}F\,x$$

$$\delta_{st}=\frac{F_0}{k}$$

$$J_0=\frac{mR^2}{2}$$

$$k_t=\frac{GJ}{l}$$

$$m_{eq}\ddot{x}_{eq}+c_{eq}\dot{x}_{eq}+k_{eq}x_{eq}=F_0\cos\omega t$$

$$\frac{X}{\delta_{st}}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

$$\tan\phi=\frac{2\zeta r}{1-r^2}$$

$$x_p(t)=\frac{1}{m\omega_d}\int_0^t F(\tau)e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)\,d\tau$$

$$\int_0^t \sin\omega_d(t-\tau)\,d\tau=\frac{1-\cos(\omega_d t)}{\omega_d}$$

$$\int_0^t \tau\sin\omega_d(t-\tau)\,d\tau=\frac{t\omega_d-\sin(\omega_d t)}{\omega_d^2}$$

$$Z_{rs}(i\omega)=-\omega^2 m_{rs}+i\omega c_{rs}+k_{rs}$$

$$\boldsymbol{Z}(i\omega)\boldsymbol{X}=\boldsymbol{F_0}$$

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{Z}(i\omega)^{-1}\boldsymbol{F_0}$$

$$\boldsymbol{Z}(i\omega)=\begin{bmatrix}Z_{11}(i\omega) & Z_{12}(i\omega)\\ Z_{12}(i\omega) & Z_{22}(i\omega)\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$$